

7. Рынкевич В.С. Исследование резания минерального грунта вертикальным ножом. - В кн. : Механизация и электрофикация сельского хозяйства: Респ. межвед. тематич. науч.-техн. сб. - Минск: Урожай, 1970, Вып. 6, С.50-60.
8. Турецкий Р.Л. Оптимизация угловых параметров ножевого рабочего органа дренажной машины. Механизация и электрификация сельского хозяйства, 1985, № 3, С. 8-12.
9. Федоров Д.И. Рабочие органы землеройных машин.- М.: Машиностроение, 1977. –288 с.
10. Турецкий Р.Л. Обратимые деформации грунта и сопротивление резанию. – В кн.: Механизация почвообработки, приготовления и использования удобрений: Сб. научн. трудов. – Минск: ЦНИИМЭСХ, 1986, С. 23-50.
11. Дьяков В.П. Усилие вертикального резания почвы. – Механизация и электрификация сельского хозяйства, 1987, № 4, С. 34-37.
12. Кучерук А.А., Кравец С.В. Определение давления грунта на боковые стенки разрезающего ножа / Констр. и технология пр-ва с-х машин: Респ. межвед. науч.- техн. сб.-К.: Техника, 1987, вып. 17, С.37-40.
13. Гольдштейн М.Н. Механические свойства грунтов. – М.: Стройиздат, 1979. – 304 с.
14. Маслов Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов.- М.: Высшая школа, 1976. – 511 с.
15. Машини для земляних робіт: Навч. посібник / Хмара Л.А., Кравець С.В., Нічке В.В. та інші. Під заг. редакцією проф. Хмари Л.А. та проф. Кравця С.В. – Рівне-Дніпропетровськ – Харків, 2010. – 557 с.

**УДК 532.5**

**В.С. ЛОВЕЙКИН, докт. тех. наук,**

**Ю.В. ЧОВНЮК, канд. техн. наук, К.И. ПОЧКА, канд. техн. наук.**

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, г. Киев*

## **МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ДАВЛЕНИЯ В ПОДШИПНИКАХ/ ПОДПЯТНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ**

**Постановка проблемы.** Исследование течения жидкости в щелевых зазорах представляет интерес для задач машиностроения в связи с широким использованием подшипников и подпятников скольжения грузоподъемных кранов, а также щелевых уплотнений в гидромашинах. Этому вопросу посвящено немало работ, в первую очередь в связи с теорией смазки. Другая группа работ относится к вопросам динамики и устойчивости роторов, опирающихся на жидкостные плёнки.

Специфика указанных задач (малость щелевых зазоров и медленность течения жидкости) позволяет упростить исходные уравнения Навье-Стокса, пренебрегая в них частью инерционных и вязких членов. Упрощению подвержены также и локальные члены инерции. В настоящей работе последнее упрощение не производится.

**Анализ публикаций.** Система уравнений Навье-Стокса для узких щелевых зазоров, в которых медленно течёт жидкость, при различных последующих упрощениях рассматривалась многими авторами [1-4]. Наиболее просто исследуется система, если пренебречь локальными членами инерции. В работе [2] рассматривалась плоская задача. Вводилась функция тока  $\psi$ , уравнение для которой решалось затем методом последовательных приближений. В работе [3] локальные члены инерции заменялись их средними по величине щели значениями. В настоящей работе даётся решение исходной системы уравнений (непрерывности+Навье-Стокса) целиком, без упрощения локальных членов инерции.

**Цель работы.** Определить величины давления в узких щелевых зазорах (подшипников/подпятников скольжения грузоподъёмных кранов) с учётом локальных сил инерции жидкости (смазки).

**Основная часть.** Исходная система уравнений Навье-Стокса, в которых пренебрегают частью инерционных и вязких членов, вместе с уравнением неразрывности жидкости с учётом специфики указанных задач (малость щелевых зазоров и медленность течения жидкости/смазки) принимает следующий вид (обозначения общепринятые):

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} ; & \frac{\partial p}{\partial y} = 0 ; \\ \frac{\partial w}{\partial t} - \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} ; & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 , \end{cases} \quad (1)$$

где  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$ ,  $w(x, y, z, t)$  – компоненты скорости смещений в жидкости вдоль осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$ , соответственно;  $t$  – время;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости.

Сначала рассмотрим более простой случай течения жидкости между двумя плоскостями, одна из которых неподвижна, а другая колеблется вдоль перпендикуляра к обеим плоскостям, так что плоскости остаются параллельными друг другу. Тогда граничные условия для системы (1) будут иметь вид:

$$\begin{cases} u(0) = u(\delta) = 0 ; & v(0) = 0 ; \\ w(0) = w(\delta) = 0 ; & v(\delta) = \delta , \end{cases} \quad (2)$$

где  $\delta$  – переменное расстояние между пластинами.

Для первых двух уравнений (1) нетрудно получить соответствующие однородные уравнения теплопроводности вида:

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} - \nu \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} = 0 ; \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$u(0, t) = u(\delta, t) = \frac{1}{\rho} \cdot \int \frac{\partial p}{\partial x} dt . \quad (4)$$

Решение уравнения (3) разыскиваем в виде:

$$\begin{aligned} u^*(y, t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} A_1(\omega) \cdot \exp \left[ (1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot y + i \cdot \omega \cdot t \right] d\omega + \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} A_2(\omega) \cdot \exp \left[ -(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot y + i \cdot \omega \cdot t \right] d\omega , \end{aligned} \quad (5)$$

где  $A_1(\omega)$  и  $A_2(\omega)$  – произвольные функции распределения амплитуд составляющих с частотой  $\omega$ .

Нетрудно убедиться непосредственно, что для любого  $\omega$  экспоненты в выражении (5) удовлетворяют уравнению (3), а выбором распределения  $A_1(\omega)$  и  $A_2(\omega)$  интенсивностей указанных составляющих можно удовлетворить также и граничным условиям (4).

Подставим (5) в (3) и удовлетворим обоим граничным условиям (4). После перехода к исходным переменным получим для первого уравнения (1):

$$u(y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial q}{\partial x} \right) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} dt}{2\pi \cdot \operatorname{ch} \left( \frac{1+i}{2} \right) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \delta} \cdot \operatorname{ch}(1+i) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \left( y - \frac{\delta}{2} \right) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \right] d\omega - \frac{\partial q}{\partial x} , \quad (6)$$

где

$$q = \frac{1}{\rho} \cdot \int p dt . \quad (7)$$

Аналогичное выражение получим и для второго уравнения (1).

После нахождения компонент скорости ( $u, w$ ) нетрудно определить и поперечную компоненту  $v$  из уравнения неразрывности жидкости. Производя необходимые действия с четвёртым уравнением (1) и удовлетворяя граничным условиям  $v(\delta, t) = \dot{\delta}$  и  $v(0, t) = 0$ , получим после несложных преобразований:

$$\dot{\delta} = -2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B(\omega) \cdot th\left(\frac{1+i}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \delta}{\sqrt{2\pi} \cdot (1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega + F \cdot \delta, \quad (8)$$

где

$$F = \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}; \quad B(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt. \quad (9)$$

Используя разложения гиперболического тангенса в ряд, найдём из (8) явное выражение для функции  $B(\omega)$ , определяющей давление в жидкости:

$$i \cdot \omega \cdot B(\omega) = D(\omega) \cdot \left(1 + \frac{i \cdot \omega \cdot \delta^2}{10 \cdot \nu} - \dots\right), \quad (10)$$

где

$$D(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{12 \cdot \nu \cdot \dot{\delta}}{\delta^2} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt. \quad (11)$$

Используя обратное преобразование Фурье и учитывая (7), (9), (11), а также очевидное соотношение:  $i \cdot \omega \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = \frac{d}{dt}(e^{i \cdot \omega \cdot t})$ , получим из (10) окончательное уравнение для определения давления:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{12 \cdot \nu \cdot \rho \cdot \dot{\delta}}{\delta^3} + \frac{6 \cdot \rho \cdot (\ddot{\delta} \cdot \delta - 3 \cdot \dot{\delta}^2)}{5 \cdot \delta^2}. \quad (12)$$

Выражение (12) отличается от известного выражения для задачи о сдавливании жидкости между двумя пластинами, выведенного без учёта инерционных членов, наличием второго слагаемого в правой части.

Рассмотрим теперь, как определить давление в кольцевом зазоре между двумя цилиндрическими поверхностями, одна из которых вращается с постоянной угловой скоростью вокруг перемещающейся оси, а другая неподвижна. Исходные уравнения Навье-Стокса удобнее записать в цилиндрической системе координат, учитывая малость толщины зазора:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{R \cdot \partial \varphi} ; & \frac{\partial w}{\partial t} - \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} ; \\ \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0 ; & \frac{\partial u}{R \cdot \partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 , \end{cases} \quad (13)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы цилиндров;  $h$  – толщина слоя жидкости, приближённо равная (см. рисунок 1):

$$h = \delta \cdot (1 - \chi \cdot \cos \varphi); \quad \delta = R_2 - R_1; \quad \chi = \frac{e}{\delta}; \quad (14)$$

$\gamma$  и  $e$  – полярные координаты центра сечения внутреннего (вращающегося) цилиндра.

Граничные условия на поверхности вращающейся части ( $\xi = h$ ):

$$u = v_\varphi; \quad v = v_r; \quad w = 0;$$

на неподвижной части ( $\xi = 0$ ):

$$u = 0; \quad v = 0; \quad w = 0,$$

где величины  $v_\varphi$  и  $v_r$  равны (см. рисунок 1):

$$\begin{cases} v_\varphi = R \cdot \omega + \delta \cdot (\chi \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \varphi - \dot{\chi} \cdot \sin \varphi) ; \\ v_r = \delta \cdot (\dot{\chi} \cdot \cos \varphi + \chi \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin \varphi) . \end{cases} \quad (15)$$

Рассматриваемый случай отличается от предыдущего, во-первых, граничными условиями и, во-вторых, непостоянством толщины зазора по координате  $\varphi$ .

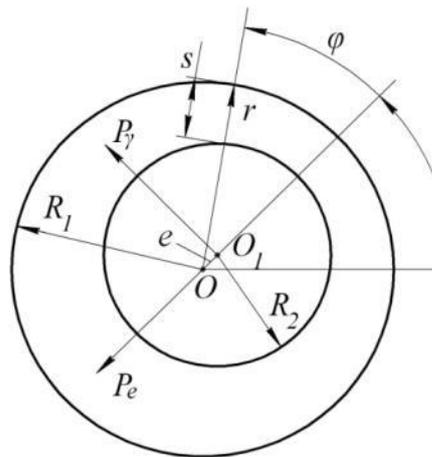


Рис. 1. Геометрия задачи.

Проводя преобразование уравнений (13) способом, рассмотренным на примере случая двух плоскостей, придём в результате к следующему выражению:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{R \cdot \partial \varphi} \left[ \frac{th(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2}}{(1+i) \cdot \left( \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2} \right)} - 1 \right] \cdot h \cdot B_{\varphi} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{th(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2}}{(1+i) \cdot \left( \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2} \right)} - 1 \right] \cdot h \cdot B_z \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega = \end{aligned} \quad (16)$$

$$= \left[ B_r - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{R \cdot \partial \varphi} \cdot \frac{B_0 \cdot th(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2}}{(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega \right],$$

где  $B_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} v_{\varphi} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} dt$  ;  $R_r(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} v_r \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt$  ;

$$B_{\varphi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial q}{R \cdot \partial \varphi} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt ; B_z(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial q}{\partial z} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt .$$

Зависимость (16) в контактном виде содержит выражения для последующего определения давления в цилиндрической щели.

Дальнейшее исследование ограничим частным случаем коротких цилиндрических поверхностей, у которых перепад давления по образующей преобладает над перепадом по

длине окружности, т.е.:  $\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \gg \frac{\partial^2 p}{R^2 \cdot \partial \varphi^2}$ .

Из (16) следует также, что:  $\frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \gg \frac{\partial^2 q}{R^2 \cdot \partial \varphi^2}$  ;  $\frac{\partial B_z}{\partial z} \gg \frac{\partial B_{\varphi}}{R \cdot \partial \varphi}$  , и поэтому в (16)

можно пренебречь первым членом в левой части. Тогда получим выражение:

$$\left[ \frac{2 \cdot th(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}} \cdot \frac{h}{2}}{(1+i) \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \nu}}} - h \right] \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = D(\omega), \quad (17)$$

где

$$D(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \begin{array}{c} v_r - \frac{\partial}{R \cdot \partial \varphi} \cdot \frac{h}{2} \times \\ \times \left( v_\varphi - \frac{h^2}{12 \cdot \nu} \cdot \dot{v}_\varphi + \frac{h^4}{120 \cdot \nu} \cdot \ddot{v}_\varphi + \dots \right) \end{array} \right] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega. \quad (18)$$

Используя разложение в ряд гиперболического тангенса, получим из (17) аналогично случаю с плоскостями следующее выражение:

$$i \cdot \omega \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{12 \cdot \nu \cdot D}{h^3} \cdot \left[ 1 + \frac{i \cdot \omega \cdot h^2}{10 \cdot \nu} + \dots \right].$$

Проводя обратное преобразование Фурье и ограничиваясь в первой части главными членами, получим:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\frac{12 \cdot \nu \cdot \rho}{h^3} \cdot \left( v_r - \frac{\omega}{2} \cdot \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right) - \frac{6 \cdot \rho}{5 \cdot h} \cdot \left( \dot{v}_r - \frac{\omega}{2} \cdot \frac{\partial \dot{h}}{\partial \varphi} \right). \quad (19)$$

Интегрируя (19) дважды и удовлетворяя граничным условиям  $p = p_1$  при  $z = 0$ ,  $p = p_2$  при  $z = b$ , где  $b$  – высота цилиндров, придём к следующему выражению для давления:

$$p = \left[ \begin{array}{c} \frac{6 \cdot \nu \cdot \rho}{h^3} \cdot \left( \omega \cdot \frac{\partial h}{\partial \varphi} - 2 \cdot v_r \right) - \\ - \frac{3 \cdot \rho}{5 \cdot h} \cdot \left( \omega \cdot \frac{\partial \dot{h}}{\partial \varphi} - 2 \cdot \dot{v}_r \right) \end{array} \right] \cdot \frac{z \cdot (z - b)}{2} + \frac{(p_2 - p_1)}{b} \cdot z + p_1. \quad (20)$$

Подставляя значения  $v_\varphi$ ,  $v_r$  и  $h$  в (20), получим окончательное выражение для давления в зазоре:

$$p = \left\{ \begin{array}{c} \frac{6 \cdot \nu \cdot \rho}{\delta^2} \cdot \frac{\chi \cdot (\omega - 2 \cdot \dot{\gamma}) \cdot \sin \varphi - 2 \cdot \dot{\chi} \cdot \cos \varphi + \frac{3}{5} \cdot \rho \times \\ \times \left[ (\omega \cdot \dot{\chi} - 2 \cdot \dot{\chi} \cdot \dot{\gamma} - 2 \cdot \chi \cdot \ddot{\gamma}) \cdot \sin \varphi - 2 \cdot \ddot{\chi} \cdot \cos \varphi \right]}{(1 - \chi \cdot \cos \varphi)^3} \end{array} \right\} \times \\ \times \frac{z \cdot (z - b)}{2} + \frac{(p_2 - p_1)}{b} \cdot z + p_1. \quad (21)$$

Второе и третье слагаемые в фигурной скобке (21) учитывают влияние локальных членов инерции в исходных уравнениях (13) на величину давления в зазоре. По структуре указанные члены сходны с выражением, полученным в работе [3]. Зная давление в зазоре,

нетрудно определить проекции гидродинамических сил на линию центров и направление, перпендикулярное ей.

**Выводы.** 1. Предложена методика определения величины давления в узких щелевых зазорах с учётом локальных сил инерции жидкости, позволяющая его рассчитывать для подшипников/подпятников скольжения грузоподъёмных кранов.

2. Полученные в данной работе результаты могут быть в последующем служить для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта подобных систем как на стадии их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 847 с.
2. Бургвиц А.Г. Устойчивость движения валов в подшипниках жидкостного трения. / А.Г. Бургвиц, Г.А. Завьялов. – М.: Машиностроение, 1964. – 124 с.
3. Токарь И.Я. Нестационарные режимы смазки кольцевых уплотнений роторов турбогенераторов. / И.Я. Токарь. – В кн.: Колебания валов на масляной плёнке. – М.: Наука, 1968. – С. 31-38.
4. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1966. – 735 с.

**УДК 681.326.74.06**

**В.С. ЛОВЕЙКІН, докт. техн. наук,**

**Ю.В. ЧОВНІЮК, канд. техн. наук, Ю.О. РОМАСЕВИЧ, канд. техн. наук.**

*Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ*

## **МОДЕЛЬ ЗМІНИ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ КРАНІВ ЯК ОБ'ЄКТІВ НЕПЕРЕРВНОГО ТИПУ**

**Постановка проблеми.** Технічний стан (ТС) механізмів підйому (у подальшому об'єктів діагностування - ОД) з плином часу змінюється. Причинами цього у загальному випадку є організована взаємодія ОД із „зовнішнім середовищем” чи робочі вхідні впливи й неорганізована взаємодія об'єкту з середовищем, а також