

УДК 502.36:656.2

ОЦЕНКА УРОВНЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ПРИ ПЕРЕВОЗКЕ СЫПУЧИХ ГРУЗОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫМ ТРАНСПОРТОМ

БЕЛЯЕВ Н. Н.¹, *д.т.н, проф.*,
ОЛАДИПО МУТИУ ОЛАТОЙЕ^{2*}, *асп.*

¹ Кафедра «Гидравлика и водоснабжение», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина, тел. +38(056) 373-15-09, e-mail: gidravlika2013@mail.ru, ORCID ID 0000-0002-1531-7882

^{2*} Кафедра «Гидравлика и водоснабжение», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина, тел. +38(056) 373-15-09, e-mail: Oladipo.toye@outlook.com, ORCID ID 0000-0001-7945-6657

Аннотация. *Цель.* Разработка численных моделей для прогноза загрязнения атмосферы при транспортировке сыпучих грузов в железнодорожном вагоне. *Методика.* Для решения поставленной задачи разработаны численные модели, основанные на применении уравнений движения невязкой несжимаемой жидкости и массопереноса, для определения поля скорости ветрового потока вблизи вагонов и рассеивания пыли в атмосфере. Для численного интегрирования уравнения транспорта загрязнителя использовалась неявная попеременно-треугольная разностная схема. При построении разностной схемы осуществляется расщепление уравнения переноса, что позволяет построить эффективный алгоритм решения дифференциальной задачи. Неизвестное значение концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления определяется по явной схеме – методу бегущего счета, что обеспечивает простую численную реализацию уравнений расщепления. Для численного интегрирования уравнения для потенциала скорости применяется неявная разностная схема. Разработанные численные модели составляют основу созданного пакета прикладных программ. На основе построенных численных моделей проведен вычислительный эксперимент по оценке уровня загрязнения атмосферы при транспортировке железнодорожным транспортом сыпучего груза. *Результаты.* Разработаны численные модели, которые относятся к классу «diagnostic models». Данные модели учитывают основные физические факторы, влияющие на процесс рассеивания пылевых загрязнений в атмосфере при транспортировке сыпучих грузов, но при этом требуют небольших затрат компьютерного времени при практической реализации на компьютерах малой и средней мощности. Эти модели используются для серийных расчетов разнообразных сценариев ситуаций, связанных с вопросами охраны окружающей среды и диагностики интенсивности загрязнения при различных метеоусловиях. Выполнены вычислительные расчеты по определению концентрации загрязнителя и формирования зоны загрязнения вблизи вагона с сыпучим грузом в масштабе «microscale». *Научная новизна.* Созданы численные модели, позволяющие учесть существенные факторы, влияющие на процесс рассеивания загрязняющих веществ в атмосфере, и формирование зоны загрязнения при перевозке сыпучих грузов железнодорожным транспортом. *Практическая значимость.* Рассмотрены эффективные численные модели «diagnostic models» для экспресс расчета уровня загрязнения атмосферы при транспортировке сыпучих грузов железнодорожным транспортом. Модели могут быть применены при разработке мероприятий по охране окружающей среды при эксплуатации железнодорожного транспорта. Предложенные модели позволяют рассчитать 2D гидродинамику ветрового потока и процесс массопереноса вредных веществ в атмосфере.

Ключевые слова: загрязнение атмосферы; железнодорожный транспорт; перевозка сыпучих грузов; численное моделирование.

ОЦІНКА РІВНЯ ЗАБРУДНЕННЯ АТМОСФЕРИ ПІД ЧАС ПЕРЕВЕЗЕННЯ СИПУЧИХ ВАНТАЖІВ ЗАЛІЗНИЧНИМ ТРАНСПОРТОМ

БІЛЯЄВ М. М.¹, *д.т.н, проф.*,
ОЛАДІПО МУТІУ ОЛАТОЕ^{2*}, *асп.*

¹ Кафедра «Гідравліка та водопостачання», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38(056) 373-15-09, e-mail: gidravlika2013@mail.ru, ORCID ID 0000-0002-1531-7882

^{2*} Кафедра «Гідравліка та водопостачання», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38(056) 373-15-09, e-mail: Oladipo.toye@outlook.com, ORCID ID 0000-0001-7945-6657

Анотація. Мета. Розробка чисельних моделей для прогнозу забруднення атмосфери при транспортуванні сипучих вантажів в залізничному вагоні. **Методика.** Для вирішення поставленої задачі розроблені чисельні моделі, засновані на застосуванні рівнянь руху нев'язкої нестисливої рідини і масопереносу, для визначення поля швидкості вітрового потоку поблизу вагонів та розсіювання пилу в атмосфері. Для чисельного інтегрування рівняння транспорту забруднювача використовувалася неявна поперемінно-трикутна різницева схема. При побудові різницевої схеми здійснюється розщеплення рівняння переносу, що дозволяє побудувати ефективний алгоритм розв'язання диференціальної задачі. Невідоме значення концентрації забруднювача на кожному кроці розщеплення визначається по явній схемі – методу біжучого рахунку, що забезпечує просту чисельну реалізацію рівнянь розщеплення. Для чисельного інтегрування рівняння для потенціалу швидкості застосовується неявна різницева схема. Розроблені чисельні моделі складають основу створеного пакета прикладних програм. На основі побудованих чисельних моделей проведено обчислювальний експеримент по оцінці рівня забруднення атмосфери при транспортуванні залізничним транспортом сипучого вантажу. **Результати.** Розроблено чисельні моделі, які відносяться до класу «diagnostic models». Дані моделі враховують основні фізичні фактори, що впливають на процес розсіювання пилових забруднень в атмосфері при транспортуванні сипучих вантажів, але при цьому вимагають невеликих затрат комп'ютерного часу при практичній реалізації на комп'ютерах малої і середньої потужності. Ці моделі використовуються для серійних розрахунків різноманітних сценаріїв ситуацій, пов'язаних з питаннями охорони навколишнього середовища і діагностики інтенсивності забруднення при різних метеоумовах. Виконано обчислювальні розрахунки по визначенню концентрації забруднювача і формування зони забруднення поблизу вагона з сипучим вантажем в масштабі «microscale». **Наукова новизна.** Створені чисельні моделі, що дозволяють врахувати істотні фактори, що впливають на процес розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері, і формування зони забруднення при перевезенні сипучих вантажів залізничним транспортом. **Практична значимість.** Розглянуті ефективні чисельні моделі «diagnostic models» для експрес розрахунку рівня забруднення атмосфери при транспортуванні сипучих вантажів залізничним транспортом. Моделі можуть бути застосовані при розробці заходів з охорони навколишнього середовища при експлуатації залізничного транспорту. Запропоновані моделі дозволяють розрахувати 2D гідродинаміку вітрового потоку і процес масопереносу шкідливих речовин в атмосфері.

Ключові слова: забруднення атмосфери; залізничний транспорт; перевезення сипучих вантажів; чисельне моделювання.

ASSESSMENT OF THE LEVEL OF ATMOSPHERIC POLLUTION BY RAILWAY IN COAL TRANSPORTATION

BILIAIEV M. M.¹, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
OLADIPO MUTIU OLATOYE^{2*}, *PhD stud.*

¹ Department of «Hydraulics and Water Supply», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, 2, Lazaryan St., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine, tel. +38(056) 373-15-09, e-mail: gidravlika2013@mail.ru, ORCID ID 0000-0002-1531-7882

^{2*} Department of «Hydraulics and Water Supply», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, 2, Lazaryan St., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine, tel. +38(056) 373-15-09, e-mail: Oladipo.toye@outlook.com, ORCID ID 0000-0001-7945-6657

Abstract. Purpose. The development of numerical models for the prediction of atmospheric pollution during transport of coal in the railway carriage. **Methodology.** To solve this problem developed numerical models based on the use of the equations of motion of an inviscid incompressible fluid and mass transfer, to determine the field of wind velocity near the wagons and dispersion of dust in the atmosphere. For the numerical integration of the transport equation of the pollutant used implicit alternating-triangular difference schemes. When constructing a difference scheme is carried out splitting the transport equation that allows us to construct an efficient algorithm for solving a differential problem. Unknown value at every step of splitting the pollutant concentration determined by the explicit scheme – the method of running account, which provides a simple numerical implementation splitting equations. For numerical simulations of implicit difference scheme is used for the velocity potential. The developed numerical models are the basis of established software package. On the basis of the constructed numerical models carried out a computational experiment to assess the level of air pollution when transporting bulk cargo by rail. **Findings.** Developed numerical models that belong to the class «diagnostic models». These models take into account the main physical factors affecting the process of dispersion of dust pollution in the atmosphere during transportation of bulk cargo, but require a small cost of the computer time in the practice of in the low and medium power machines. These models are used for serial calculations of various situations of scenarios related to issues of environmental protection and pollution intensity diagnostics for different weather conditions. Submitted computational calculations to determine pollutant concentrations and the formation of the zone of pollution near the train with bulk cargo in «microscale» scale. **Originality.** Created numerical models to take into account the relevant factors influencing the process of dispersion of pollutants in the atmosphere, and the formation of the zone of pollution during transport of bulk cargo by rail. **Practical value.** Considered efficient numerical models «diagnostic models» for rapid calculation of the level of pollution of the atmosphere during transportation of bulk cargo by rail. The models can be used in the development of environmental protection measures in the operation of rail transport. The proposed model allows to calculate the 2D hydrodynamics wind flow and the process of mass transfer of pollutants in the atmosphere.

Keywords: air pollution; railway transport; bulk cargo transportation; numerical modeling.

Введение

К числу интенсивных процессов загрязнения окружающей среды относятся перевозка сыпучих грузов в полувагонах. Интенсивная перевозка сыпучих грузов имеет место в Нигерии, где железнодорожный транспорт перевозит большое количество различных сыпучих грузов внутри страны. Как правило, такая транспортировка осуществляется без применения каких-либо защитных средств, в результате чего происходит сдув пыли из полувагонов (рис.1). Это приводит к таким последствиям:

1. Загрязнение атмосферы (под действием атмосферных процессов пыль может разноситься на достаточно большое расстояние и попадать в экологически значимые зоны, например вокзалы и т.д.).
2. Загрязнение подстилающей поверхности примыкающей территории, что ведет к ухудшению качества грунта.
3. Потерю массы груза в полувагонах.
4. Ухудшение свойств груза, его внешнего вида и товарного сорта.



Рис. 1. Перевозка сыпучего груза железнодорожным транспортом: 1 – пылевое облако /

Transportation of bulk cargo: 1 – dust cloud

Следует подчеркнуть, что при рассматриваемой ситуации возникают проблемы «второго эшелона», например перенос осадками пылевых загрязнений с поверхности грунта в водоемы. Таким образом, возникают две важные задачи:

1. Оценка уровня загрязнения окружающей среды при транспортировке сыпучих грузов.
2. Разработка методов защиты окружающей среды от загрязнения при транспортировке сыпучих грузов.

В данной работе рассматривается решение первой задачи. Необходимо подчеркнуть, что в настоящее время существует определенный дефицит методик для получения такой оценки. Как правило, на практике используются эмпирические или аналитические модели [5,7,10]. Данные методики не учитывают ряд физических факторов, которые существенно влияют на формирование концентрационного поля пыли в атмосфере. Эти методики не учитывают профиль скорости ветра, влияние самого вагона на формирование

локального аэродинамического режима, форму насыпи сыпучего груза в полувагоне и т.д. Аналитические модели разработаны для случая точечного постоянно действующего источника выброса. Кроме этого, если применяется модель Гаусса [7] необходимо выполнить научное обоснование значений коэффициентов дисперсии, которые были получены для территории США или Великобритании. Для территории других стран такое обоснование отсутствует.

Поэтому возникает важная задача по созданию современных численных моделей, класса CFD (computational fluid dynamics), которые позволяли бы осуществлять оценку уровня загрязнения окружающей среды при перевозке сыпучих грузов железнодорожным транспортом.

Цель

Целью данной работы является разработка численных моделей для прогноза уровня загрязнения атмосферы при эмиссии пылевых загрязнений из полувагонов. Основное требование к данной модели – учет основных физических факторов при моделировании и малые затраты компьютерного времени при практической реализации модели (это модели группы «diagnostic models»).

Математическая модель

При расчете процесса загрязнения атмосферы, в случае транспортировки в полувагонах сыпучих грузов будем использовать уравнение массопереноса. Разрабатываемая модель ориентирована на прогноз зон загрязнения в масштабе «microscale» (расстояние порядка 50 – 100м). Прогноз уровня загрязнения атмосферы вблизи полувагона проводится в два этапа. На первом этапе решается задача по определению поля скорости воздушного потока, с учетом взаимодействия его с полувагоном. Для решения этой задачи применяется уравнение для потенциала скорости (модель течения невязкой жидкости):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

где φ – потенциал скорости, ось Y направлена вертикально вверх (рис.2).

Компоненты вектора скорости воздушного потока рассчитываются по зависимостям:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (2)$$

Постановка краевых условий для данного уравнения рассматривается в работах [1,2,4].

После определения поля скорости воздушного потока возле полувагона, на втором этапе, решается задача о переносе пылевых загрязнений из полувагона в атмосферу. Для построения наиболее

общей математической модели будем использовать фундаментальное уравнение массопереноса. [1,2,5,8,11,12]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial (v-w)C}{\partial y} = \text{div}(\mu \text{grad}C) + \sum_{i=1}^N Q_i(t)\delta(x-x_i)\delta(y-y_i), \quad (3)$$

где C – концентрация загрязняющего вещества (пылевой загрязнитель); u, v – компоненты вектора скорости воздушного потока; $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коэффициенты атмосферной турбулентной диффузии; Q – интенсивность выброса загрязнителя от «насыпи» в полувагоне; $\delta(x-x_i)\delta(y-y_i)$ – дельта-функция Дирака; x_i, y_i – координаты источника выброса; w – скорость гравитационного оседания примеси; t – время.

Постановка краевых условий для данного уравнения рассмотрена в работах [1,2,8].

В разработанной численной модели используются следующие зависимости для задания профиля ветра и вертикального коэффициента атмосферной диффузии [5,6]:

$$u = u_1 \left(\frac{y}{y_1} \right)^p, \quad \mu_y = k_1 \left(\frac{y}{y_1} \right)^m, \quad \mu_x = k_0 u, \quad (4)$$

где u_1 – скорость ветра на высоте y_1 (принимается $z_1 \approx 10 \text{ м}$); $k_1 = 0,2$; $k_0 = 0,1$; $p = 0,16$; $z \approx 1$.

Численное интегрирование уравнений модели выполняется на прямоугольной разностной сетке. При формировании расчетной области используется метод маркирования [1,2]. С помощью маркеров задается, положение железнодорожного вагона, форма «насыпи» сыпучего груза в полувагоне.

Для решения моделирующих уравнений (1), (3) используется метод сеток. Уравнение для потенциала скорости численно интегрируется с помощью метода суммарной аппроксимации [9]. В результате применения этого метода осуществляется расщепление в разностном виде исходного уравнения на два уравнения. Определение неизвестного значения потенциала скорости из этих двух уравнений происходит по явной схеме бегущего счета.

Для численного интегрирования уравнения массопереноса (3) применяется неявная разностная схема расщепления [1-3,11,12]. На каждом шаге расщепления неизвестное значение концентрации пыли находится по методу бегущего счета. Это позволяет получить простой алгоритм для расчета концентрационного поля пыли вблизи полувагона.

На основе построенных численных моделей создан пакет прикладных программ («generic

model»). Для проведения расчетов на базе этого пакета программ необходимо задать:

1. Профиль скорости ветра.
2. Класс устойчивости атмосферы.
3. Форму насыпи сыпучего груза в полувагоне.
4. Интенсивность выделения пыли от насыпи в полувагоне.

Отметим, что время расчета аэродинамической задачи и задачи массопереноса составляет порядка 5 сек.

Результаты

Построенные численные модели относятся к классу «diagnostic models». Как видно из представленных моделирующих уравнений численные модели учитывают основные физические факторы, влияющие на процесс формирования зон загрязнения на примагистральной территории. При практической реализации разработанных численных моделей требуются небольшие затраты компьютерного времени (время расчета составляет несколько секунд). Рассмотренные модели могут быть использованы для быстрого серийного расчета разнообразных сценариев транспортировки различных сыпучих грузов в полувагонах при различных метеоситуациях.

Пример практического использования разработанных численных моделей показан ниже. Рассматривался процесс сдува пылевого загрязнения из полувагона, транспортирующего сыпучий груз (рис.2). Ставилась задача оценки размеров, формы и интенсивности формирующейся зоны загрязнения при транспортировке груза.

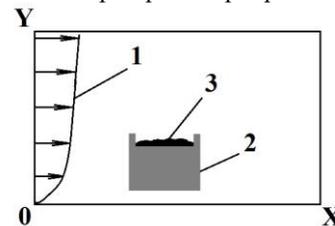


Рис. 2. Расчетная схема: 1 – профиль скорости ветра, 2 – полувагон, 3 – сыпучий груз

Sketch of computational region: 1 – wind speed profile, 2 – wagon, 3 – bulk cargo

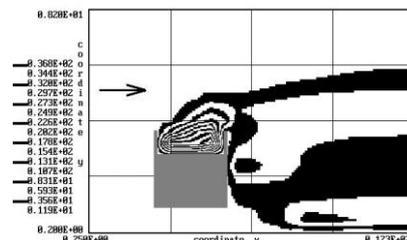


Рис. 3. Зона загрязнения атмосферы возле полувагона с сыпучим грузом /

Contamination area near the wagon

На рис. 3 показано концентрационное поле пылевого загрязнителя. Хорошо видно, что формирующаяся зона загрязнения возле полувагона может быть разбита на две подзоны. Первая подзона – это область загрязнения, формирующаяся непосредственно над грузом, где наблюдается концентрационное поле с большим градиентом концентрации.

Вторая подзона – это область загрязнения, формирующаяся на подветренной стороне полувагона. Именно эта область оказывает влияние на формирование зон загрязнения примыкающей территории.

Научная новизна и практическая значимость

Созданы численные модели, позволяющие прогнозировать формирование зон загрязнения возле железнодорожных вагонов при перевозке сыпучих грузов. Эти модели дают возможность учесть наиболее существенные физические

факторы, влияющие на процесс рассеивания пылевых загрязнений в атмосфере. Разработанные численные модели основаны на применении фундаментальных уравнений аэродинамики и массопереноса.

Выводы

1. Рассмотрены эффективные численные модели «diagnostic models» для экспресс расчета уровня загрязнения атмосферы пылевыми выбросами при перевозке железнодорожным транспортом сыпучих грузов. Предложенные модели позволяют рассчитать 2D аэродинамику ветрового потока и процесс массопереноса пыли на прилегающие к железной дороге территории.

2. Дальнейшее совершенствование моделей следует проводить в направлении их развития для расчета 3D переноса пылевых загрязнений в атмосфере.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Беляев, Н. Н. Моделирование нестационарных процессов аварийного загрязнения атмосферы: монография / Н. Н. Беляев, А. В. Берлов, П. Б. Машихина. – Д. : «Акцент ПП», 2014. – 127 с.
2. Беляев, Н. Н. Математическое моделирование в задачах экологической безопасности и мониторинга чрезвычайных ситуаций: монография / Н. Н. Беляев, Е. Ю. Гунько, П. Б. Машихина. – Днепропетровск : «Акцент ПП», 2013. – 159 с.
3. Беляев, Н. Н. Защита окружающей среды при транспортировке угля / Н. Н. Беляев, А. А. Карпо // Збірник наукових праць НГУ. – Д.: Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет», 2015 – № 48 – С. 223 – 228.
4. Беляев, Н. Н. Моделирование процесса сноса угольного концентрата из полувагонов / Н.Н. Беляев, А.А. Карпо // Науковий вісник буд-ва : зб. наук. пр. / Харк. нац. ун-т буд-ва та архіт. – Харків, 2016. – №1 (83). – С. 196–199.
5. Берлянд, М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы / М. Е. Берлянд. – Ленинград : Гидрометеиздат, 1985. – 273 с.
6. Бруязкий, Е. В. Теория атмосферной диффузии радиоактивных выбросов / Е. В. Бруязкий. – К.: Институт гидромеханики НАН Украины, 2000. – 443 с.
7. Гусев, Н. Г. Радиоактивные выбросы в биосфере / Н. Г. Гусев, В. А. Беляев. – Москва : Энергоатомиздат, 1991. – 257 с.
8. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. – Москва : Наука, 1982. – 320 с.
9. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – Москва : Наука, 1983. – 616 с.
10. Уорк, К. Загрязнение воздуха. Источники и контроль / К. Уорк, С. Уорнер – Москва : Мир, 1980. – 539 с.
11. Biliaiev, M. Numerical Simulation of Indoor Air Pollution and Atmosphere Pollution for Regions Having Complex Topography / M. Biliaiev // NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security. – 2012. – P. 87 – 91. doi: 10.1007/978-94-007-1359-8_15.
12. Biliaiev, M. The Numeric Forecast of Air Pollution Caused by a Blasting Accident in the Enterprise Responsible for Rocket Fuel Utilization in Ukraine / M. Biliaiev, M. Kharitonov // Disposal of Dangerous Chemicals in Urban Areas and Mega Cities. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop. – Springer, 2013. – P. 313–327.

REFERENCES

1. Belyaev N.N., Berlov A.V., Mashikhina P.B. *Modelirovanie nestacionarnykh processov avarijnogo zagryazneniya atmosfery* [Simulation of non-stationary processes of emergency air pollution]. Dnepropetrovsk, Aktsent PP Publ., 2014, 127 p.
2. Belyaev N.N., Gunko Ye.Yu., Mashikhina P.B. *Matematicheskoye modelirovaniye v zadachakh ekologicheskoy bezopasnosti i monitoringa chrezvychnykh situatsiy* [Mathematical modeling in problems of environmental safety and monitoring emergencies]. Dnepropetrovsk, Aktsent PP Publ., 2013, 159 p.
3. Belyaev N.N., Karpo A.A. *Zashhita okruzhayushhej sredy pri transportirovke uglya* [Protecting the environment from coal transportation]. *Zbirnyk naukovykh prats NHU* [Proc. of NMU]. Dnipropetrovsk, Natsionalnyi hirnychiy universytet Publ., 2015, № 48, pp. 223 – 228.
4. Belyaev N.N., Karpo A.A. *Modelirovanie processa snosa ugolnogo koncentrata iz poluvagonov* [Simulation of the process of coal concentrate out from halfwagons]. *Zbirnyk naukovykh prats «Naukovyi visnyk budivnytstva»* [Proc. «Scientific Bulletin of construction»], Kharkiv, 2016, issue 1 (83), pp. 196 – 199.
5. Berlyand M.Ye. *Prognoz i regulirovaniye zagryazneniya atmosfery* [Prediction and regulation of air pollution]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1985. 273 p.

6. Bruyatskiy Ye.V. *Teoriya atmosferynoy diffuzii radioaktivnykh vybrosov* [The theory of atmospheric diffusion of radioactive emissions]. Kiev, Institut gidromekhaniki NAN Ukrainy Publ., 2000. 443 p.
7. Gusev N.G., Belyaev V.A. *Radioaktivnye vybrosy v biosfere* [Radioactive emissions in the biosphere]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 257 p.
8. Marchuk G.I. *Matematicheskoye modelirovaniye v probleme okruzhayushchey sredy* [Mathematical modeling in the environmental problem]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 320 p.
9. Samarskiy A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [The theory of difference schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 616 p.
10. Uork, K., Uorner S. *Zagryazneniye vozdukha. Istochniki i kontrol* [Air pollution. Sources and control]. Moscow, Mir Publ., 1980. 539 p.
11. Biliaiev, M. Numerical Simulation of Indoor Air Pollution and Atmosphere Pollution for Regions Having Complex Topography / M. Biliaiev // NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security. – 2012. – P. 87–91. doi: 10.1007/978-94-007-1359-8_15.
12. Biliaiev M. The Numeric Forecast of Air Pollution Caused by a Blasting Accident in the Enterprise Responsible for Rocket Fuel Utilization in Ukraine / M. Biliaiev, M. Kharitonov // Disposal of Dangerous Chemicals in Urban Areas and Mega Cities. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop. – Springer, 2013. – P. 313–327.

Стаття надійшла в редколегію 07.09.2016