

УДК 624.015.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБОВ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ДЛИНЕ*Д.т.н, проф. Лапенко А.И., инженер Фомина И.П.**Национальный Авиационный университет, г. Киев,*

Введение. Постановка проблемы. Деформирование элементов с резко изменяющимися жесткостными характеристиками издавна привлекало внимание исследователей, поскольку они имеют широкое распространение. Это, в первую очередь, колонны и ригели каркасных зданий, пояса ферм и т.п. Методики расчета, рекомендованные действующими нормативными документами, не всегда дают возможность правильно оценить напряженно-деформированное состояние (НДС) и реальный запас несущей способности конструкции или сооружения (в дальнейшем – системы), поскольку в их основу положены предпосылки об упругой работе материала. Положение усугубляется еще и тем, что расчеты ведутся в большинстве случаев с применением недеформированных схем.

Между тем, усилия в статически неопределенных стальных конструкциях от нагрузок и вынужденных перемещений необходимо определять с учетом неупругих деформаций (п. 1.1.3.7 [1]). При этом, необходимо использовать расчетные схемы, которые наиболее полно учитывают все свойства конструкций, в т.ч. и развитие пластических деформаций (для конструкций 2 и 3 классов согласно п. 1.1.3.7 [1]). Нагрузки, их комбинации, предельные величины прогибов и перемещений, характеристики жесткости элементов системы следует определять в соответствии с требованиями действующих нормативных документов [1-5 и др.]. Нелинейная работа стальных элементов может быть учтена с помощью экспериментально полученных зависимостей « σ_s – ε_s » [6, 7 и др.], которые пока еще не включены в действующие нормативные документы.

Изменение условий закрепления рассматривается как воздействия со стороны основания: вертикальные или горизонтальные перемещения и углы поворота опор. Учет нелинейной работы и изменения условий закрепления позволит более обоснованно подойти к оценке НДС сооружения.

Анализ последних достижений и публикаций. Анализ последних достижений и публикаций (решению таких проблем посвящены регулярно проводимые конференции как в стране, так и за рубежом) свидетельствует о необходимости продолжения исследований, направленных на решение важной народно-хозяйственной задачи – оценке НДС и возможности продления срока службы конструкций зданий и сооружений [1–5 и др.]. Решение этой задачи возможно различными методами. При этом учет упругопластических свойств материалов конструкций и изменения условий закрепления производится не всегда адекватно, что не дает возможности сделать правильные выводы о несущей способности и остаточном ресурсе сооружения.

Один из способов решения этой задачи приведен в настоящей статье.

Цель работы – разработка методики расчета систем, состоящих из стальных элементов с изменяющимися жесткостными характеристиками, с учетом упругопластических свойств материалов и изменения условий закрепления для решения практических задач, в том числе и для определения несущей способности и остаточного ресурса сооружения.

Основная часть. Деформирование любого стержневого элемента можно описывать с помощью уравнений метода начальных параметров, полученных на основе аппроксимации уравнения изогнутой оси кубическим сплайном [7, 8 и др.]. Прогобы и углы поворота определяются по следующим формулам:

$$y_i = y_1 + \varphi_1 \cdot L \cdot \frac{i-1}{n} + \frac{L^2}{6 \cdot n^2} \cdot [(3 \cdot i - 4) \cdot \kappa_1 + 6 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} (i-j) \cdot \kappa_j + \kappa_i] + (\delta_1 - \delta_i); \quad (1)$$

$$\varphi_i = \varphi_1 + \frac{L}{2 \cdot n} \cdot (\kappa_1 + 2 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} \kappa_j + \kappa_i), \quad (2)$$

где y_i – совместное перемещение i -й точки оси балки и i -й опоры (рис. 1), которое определяется как разность полного перемещения указанной точки балки и вынужденного перемещения опоры δ_i (для точек балки в пролете $\delta_i = 0$); φ_i – угол поворота i -го сечения балки; κ_i – кривизна i -го сечения балки; n – количество участков, на которые разбита длина балки L (при выборе числа участков следует учитывать, что точность повышается при $n \rightarrow \infty$. Для практических целей достаточно, если $n \geq L/h$, где h – высота сечения балки).

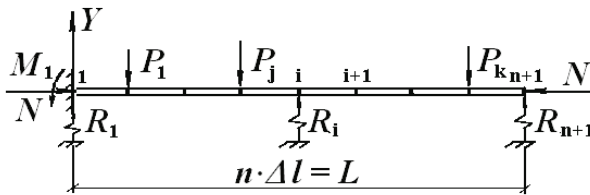


Рис. 1. Расчетная схема системы

Значения кривизны сечений определяются по формулам [8]:

$$\kappa_{s,i} = \kappa_{H,i} + \kappa_{p,i}; \quad (3)$$

$$\kappa_{p,i} = \frac{M_i}{B_i}; \quad (4)$$

$$M_i = M_1 + \frac{L^2}{n^2} \cdot \sum_{j=1}^{i-1} (i-j) \cdot R_j - M_{p,i}; \quad (5)$$

$$R_j = k_j \cdot y_j; \quad (6)$$

где $\kappa_{p,i}$ – кривизна сечения от внешней нагрузки; M_i, B_i – соответственно изгибающий момент и жесткость в i -м сечении балки; $\kappa_{H,i}$ – начальная кривизна i -го сечения, обусловленная наличием остаточного напряженного состояния; R_j – реакция j -й опоры балки (при отсутствии опор в сечениях балки $R_j = 0$); y_j, k_j – соответственно совместное перемещение j -й точки балки с опорой и коэффициент жесткости j -й опоры; M_i – изгибающий момент в первом сечении балки (при шарнирном опирании $M_i = 0$); $M_{p,i}$ – изгибающий момент от внешней нагрузки.

Величина изгибающего момента от внешней нагрузки ищется для всех сечений от сил, расположенных слева от сечения, на основании общих правил строительной механики. В процессе расчетов они не изменяются, за исключением тех случаев, когда по условию задачи изменяется характер нагружения.

Подстановка уравнений (3)–(6) в уравнения (1) и (2) позволяет получить систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} & y_1 \cdot \left\{ \frac{L^4}{6 \cdot n^4} \cdot k_1 \cdot \left[\sum_{k=2}^{i-1} 6 \cdot \frac{(i-k) \cdot (k-1)}{B_k} + \frac{(i-1)}{B_i} \right] - 1 \right\} + \\ & \frac{L^4}{6 \cdot n^4} \cdot \left\{ \sum_{j=2}^{i-1} y_j \cdot k_j \cdot \left[\sum_{k=j+1}^{i-1} 6 \cdot \frac{(i-k) \cdot (k-j)}{B_k} + \frac{(i-j)}{B_i} \right] \right\} + y_i - \\ & - \varphi_1 \cdot L_1 \cdot \frac{i-1}{n} + M_1 \cdot \left(\frac{L^2}{6 \cdot n^2} \right) \cdot \left[\frac{(3 \cdot i - 4)}{B_1} + 6 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} \frac{i-j}{B_j} + \frac{1}{B_i} \right] = ; \quad (7) \\ & = (\delta_i - \delta_1), \quad (i = 2, \dots, n+1); \\ & \frac{L}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} y_i \cdot k_i = \bar{Y}; \\ & \left(\frac{L}{n} \right)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (n-i+1) \cdot y_i \cdot k_i + M_1 - M_{n+1} = \bar{M}_{n+1}; \\ & \Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = 0, \end{aligned} \right\}$$

В этих формулах: \bar{Y} – сумма проекций всех сил на ось Y ; M_1 – изгибающий момент в сечении $i=1$ (при шарнирном опирании $M_1 = 0$); M_{n+1} – изгибающий момент в сечении $i=n+1$ (при шарнирном опирании $M_{n+1} = 0$); \bar{M}_{n+1} – изгибающий момент в сечении $i=n+1$ от внешней нагрузки; $\Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = 0$ – при отсутствии заделки в сечении $i=n+1$; φ_1 – угол поворота сечения $i=1$ (при жестком защемлении $\varphi_1 = 0$, при наличии заданного или прогнозируемого угла поворота $\varphi_1 = \theta_1$). Если в сечении $i=n+1$ расположена заделка, функция $\Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = & \left(\frac{L^3}{2 \cdot n^3} \right) \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} y_j k_j \cdot \left[2 \cdot \sum_{k=j+1}^n \frac{(k-j)}{B_k} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{n-j+1}{B_{n+1}} \right] + \frac{y_n \cdot k_n}{B_{n+1}} \right\} + M_1 \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot n} \right) \cdot \left(\frac{1}{B_1} + 2 \cdot \sum_{j=2}^n \frac{1}{B_j} + \frac{1}{B_{n+1}} \right) - \\ & - \left(\frac{L}{2 \cdot n} \right) \cdot \left(\frac{M_{p,1}}{B_1} + 2 \cdot \sum_{j=2}^n \frac{M_{p,j}}{B_j} + \frac{M_{p,n+1}}{B_{n+1}} \right) = \theta_{n+1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где θ_{n+1} – заданный (прогнозируемый) угол поворота $i=n+1$ сечения.

Как видно, для расчетов по предложенным формулам необходимо обладать информацией об изменении кривизны в сечениях по длине элемента. Зависимости «момент–кривизна» определяются заранее. Для стальных элементов такие зависимости могут быть определены по известным методикам [7 и др.]. Жесткостные характеристики опор определяются в первом приближении по известным методикам НИИСК и рекомендациям нормативных документов [5 и др.].

Для металлических элементов определяют зависимости «момент–кривизна» с использованием идеализированной (Прандтля) или унифицированной (условно-точной) диаграмм деформирования стали [6, 7, 8 и др.]. Это позволит определить НДС системы с достаточной для практических целей точностью.

Несущая способность системы считается исчерпанной, если:

- а) разрушено хотя бы одно сечение элемента (в качестве критериев разрушения сечения рассматриваются потеря местной устойчивости поясов или стенки и т.п.);
- б) достигнут максимум на кривой состояний [7, 8 и др.];
- в) разрушена хотя бы одна опора балки;
- г) прогибы и перемещения превысили предельные величины, оговоренные нормативными документами.

Расчеты по определению несущей способности и прогнозу ресурса сооружения выполняются как для эксплуатируемых, так и для проектируемых конструкций.

Для конструкций, находящихся в эксплуатации, устанавливаются параметры технического состояния (геометрические размеры, армирование, прочностные и деформативные характеристики материалов, схемы действующих нагрузок, реальные прогибы и перемещения и т.п.). На основании собранных материалов определяются зависимости «момент–кривизна». При наличии данных (в том числе и прогнозных) о характере деградации материала определяют зависимости «момент–кривизна» для определенных моментов времени с учетом деградации. Используя систему уравнений (7) и формулу (8), формируется система линейных алгебраических уравнений с количеством неизвестных, равным количеству уравнений. Кроме этого, неизвестными являются также жесткости (кривизны) сечений и жесткостные характеристики.

Задача решается итерационным путем по следующему алгоритму.

1. Задаются исходными данными: параметрами сечения прочностными и деформативными характеристиками материалов, схемой приложения нагрузки и т.п.

2. Определяют зависимости «момент–кривизна» для сечений и жесткостные характеристики опор в первом приближении.

3. Формируют систему уравнений. На первом этапе задаются упругими жесткостными характеристиками сечений и опор.

4. По результатам выполненных расчетов уточняют величины действующих усилий и жесткостные характеристики сечений и опор.

5. Расчет по пунктам 3–4 продолжают до тех пор, пока для двух смежных итераций расчета распределение жесткостей и кривизн определится с достаточной для практических целей точностью.

6. При наличии информации о деформировании эксплуатируемой конструкции последовательно уточняя жесткостные характеристики опор, добиваются соответствия реальной конструкции и модели. Оценивают состояние конструкции, полученное по результатам расчета. При наличии данных о прогнозе деградации материала и/или развития осадок основания выполняют расчет на прогнозные воздействия.

7. Расчеты по п. 3–6 производят до тех пор, пока не выполнится любой из критериев исчерпания несущей способности. На основании выполненных расчетов делают выводы об остаточном ресурсе сооружения, необходимости усиления или замены как отдельных элементов, так и сооружения в целом.

Проектируемые конструкции рассчитываются по предложенной выше расчетной схеме с той, однако, разницей, что в процессе расчета имеется возможность моделировать деградацию элемента и уже на стадии проектирования внести коррективы (подобрать сечения элементов с запасом, предусмотреть защитные мероприятия и т.п.).

Выводы

1. Предложена методика деформационного расчета стальных стержневых элементов с учетом упругопластических свойств материалов и возможности их деградации. Рассматривается возможность учета изменения параметров элементов и физико-механических свойств материалов. Определены критерии исчерпания несущей способности.

2. Результатами расчетов по данной методике могут быть не только определение напряженно-деформированного состояния, но и прогноз поведения конструкции во времени и оценка остаточного ресурса, т.е. суммарной наработки элемента от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. ДБН В.2.6-163:2010. Державні будівельні норми України. Конструкції будівель і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу / Мінрегіонбуд України. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 202 с.
2. ДБН В.1.2-2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування / Мінбуд України. – К.: Мінбуд України, 2006. – 60 с.
3. ДСТУ Б В.1.2-3:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини і переміщення. Вимоги проектування. – Введено вперше (із скасуванням в Україні розділу 10 СНиП 2.01.07-85); Введ. 01.01.2007. – К.: Мінбуд України, 2006. – 10 с.
4. ДБН В.1.2-14:2009. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – К: Мінрегіонбуд України, 2009. – 32 с.
5. ДБН В.1.1-5-2000. Здания и сооружения на подрабатываемых территориях и просадочных грунтах. Часть 2. Здания и сооружения на просадочных грунтах / Государственный комитет строительства, архитектуры и жилищной политики Украины. – К., 2000. – 87 с.
6. Металлические конструкции. Общий курс: Учебник для ВУЗов / Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Веденников и др./ Под общ. ред. Е.И. Белени. - 6 изд., перераб. и доп. - М.: Стройиздат, 1985. – 560 с.
7. Голоднов А.И. Регулирование остаточных напряжений в сварных двутавровых колоннах и балках. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – 150 с.
8. Голоднов А.И. Расчет конструкций с резко изменяющимися жесткостными характеристиками / А.И. Голоднов, О.С.Балашова // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – Вип. 2. – С. 18–24.