УДК 69.04

ВПЛИВ НА СТІЙКІСТЬ ФЕРМИ МІЗЕСА НАПРЯМКУ ДІЇ ВУЗЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПРИ ПРУЖНИХ ОПОРАХ НА ПРИКЛАДІ СТАЛЕВОГО РЕБРИСТО-КІЛЬЦЕВОГО КУПОЛА

БІЛИК С. І. [1*] , *д.т.н, проф.*,
ТОКАЧЕЄВ В. Г. [2] , *аспірант.*

[1*] Кафедра металевих та дерев'яних конструкцій , Київський національний університет будівництва і архітектури , Повітрофлотський пр.,31, 49600, Київ, Україна, тел. +38 (044) 241-55-56, e-mail: vartist@ukr.net, ORCID ID: 0000-0001-8783-5892
[2] Кафедра металевих та дерев'яних конструкцій , Київський національний університет будівництва і архітектури , Повітрофлотський пр.,31, 49600, Київ, Україна, e-mail: thetvg@gmail.com , ORCID ID: 0000-0002-1010-8440

Анотація. ***Мета.*** Метою роботи є дослідження впливу на стійкість ферм Мізеса похилого навантаження та реакції пружних опор в гребеневому вузлі. ***Методика.*** Розглянута деформована схема тришарнірної ферми при прикладанні в гребеневому вузлі зосередженого навантаження під кутом до вертикальної осі та при розташуванні в гребеневому вузлі пружних опор. Отримано узагальнене рівняння для визначення критичного навантаження в залежності від параметрів розрахункової системи. Проведено числові дослідження стійкості ферми в залежності від первісної геометрії конструкції. Запропонований алгоритм виявлення максимального навантаження за методом дотичних Ньютона. Такий підхід дозволив у числових дослідженнях виявити закономірності при різних кутах нахилу стрижнів, жорсткості пружних опор в гребеневому вузлі і зміни кутів нахилу вузлового зосередженого навантаження. ***Результати.*** Підтверджено нелінійний характер деформування тришарнірних ферм в залежності від кутів нахилу ферми, кута прикладання вузлового навантаження, жорсткості пружних опор в гребеневому вузлі. Показано, що пружні опори збільшують критичне навантаження, а при достатній жорсткості та при зменшені кута нахилу до горизонтальної осі втрата стійкості ферми може не відбуватися. Збільшення куту нахилу прикладання вузлового навантаження збільшує критичне навантаження. Це важливо враховувати при розрахунку стійкості куполів, вузли якого розташовані між опорою та центральною вертикальною віссю симетрії. Для ряду конструктивних форм ферм отримані відносні значення критичного навантаження, і показано вплив на стійкість ферм Мізеса кута нахилу стрижнів, значення навантаження, кута нахилу сили, жорсткості пружних опор в гребеневому вузлі. ***Наукова новизна.*** На підставі теоретичних досліджень отримано узагальнене аналітичне рішення стійкості тришарнірної системи з урахуванням кута нахилу вузлового навантаження і відпірності пружних опор, розташованих у гребеневому вузлі. Узагальнене аналітичне рішення описує вплив на вузлову стійкість куполів конструктивних особливостей: розташування вузла та просторову роботу конструкції через реакцію пружних опор. ***Практична значимість.*** Отримані аналітичні рівняння дозволяють визначити граничні раціональні кути нахилу стрижнів куполів в залежності від навантаження і розташування вузла у куполі, врахувати особливості конструктивної форми і схеми прикладання навантаження.

Ключові слова: стійкість; сталевий купол; нелінійні переміщення; ферма Мізеса; рівняння критичного навантаження; пружні опори; похиле вузлове навантаження; вузлова стійкість куполів

ВЛИЯНИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ФЕРМЫ МИЗЕСА НАПРАВЛЕНИЯ ДЕЙСТВИЯ УЗЛОВОЙ НАГРУЗКИ ПРИ УПРУГИХ ОПОРАХ НА ПРИМЕРЕ СТАЛЬНОГО РЕБРИСТО-КОЛЬЦЕВОГО КУПОЛА.

БИЛЫК С. И. [1*], *д.т.н, проф.*,
ТОКАЧЕЕВ В. Г., *аспирант.*

[1*] Кафедра металлических и деревянных конструкций , Киевский национальный университет строительства и архитектуры , Воздухофлотский пр.,31, 49600, Киев, Украина, тел. +38 (044) 241-55-56, e-mail: vartist@ukr.net, ORCID ID: 0000-0001-8783-5892
[2] Кафедра металлических и деревянных конструкций , Киевский национальный университет строительства и архитектуры , Воздухофлотский пр.,31, 49600, Киев, Украина, e-mail: thetvg@gmail.com , ORCID ID: 0000-0002-1010-8440

Аннотация. ***Цель.*** Целью работы является исследование влияния на устойчивость ферм Мизеса наклонной нагрузки и реакции упругих опор в коньковом узле. ***Методика***. Рассмотрена деформированная схема трехшарнирной фермы при приложении в коньковом узле сосредоточенной нагрузки под углом к вертикальной оси при наличии упругих опор. Получено обобщенное уравнение для определения критической нагрузки в зависимости от параметров расчетной системы. Проведены численные исследования устойчивости фермы в зависимости от первоначальной геометрии конструкции. Предложенный алгоритм определения максимальной нагрузки по методу касательных Ньютона позволил в числовых исследованиях определить закономерности при различных углах наклона стержней, жесткости упругих опор в коньковом узле, и изменении угла наклона узловой сосредоточенной нагрузки. ***Результаты.*** Подтвержден нелинейный характер деформирования трехшарнирных ферм в зависимости от углов наклона фермы, угла приложения узловой нагрузки, жесткости упругих опор в коньковой узле. Показано, что упругие опоры увеличивают критическую нагрузку, а при достаточной жесткости и при уменьшении угла наклона к горизонтальной оси потеря устойчивости фермы может не происходить. Увеличение угла наклона приложения узловой нагрузки увеличивает критическую нагрузку. Это важно учитывать при расчете устойчивости куполов, при расположении узлов между опорой и осью симметрии. Для ряда конструктивных форм ферм получены относительные значения критической нагрузки, и показано влияние на устойчивость ферм Мизеса угла наклона стержней, значения нагрузки, угла наклона силы, жесткости упругих опор в коньковом узле. ***Научная новизна.*** На основании теоретических исследований получено обобщенное аналитическое уравнение, функцию силы в коньковом узле, которая зависит от перемещения узла. Это уравнение описывает влияние на узловую устойчивость куполов конструктивных особенностей: расположения узла и пространственную работу конструкции с учетом реакции упругих опор. ***Практическая значимость.*** Полученные аналитические уравнения позволяют определить предельные рациональные углы наклона стержней куполов в зависимости от нагрузки и расположения узла в куполе, учесть особенности конструктивной формы и схемы приложения нагрузки.

Ключевые слова: устойчивость; стальной купол; нелинейные перемещения; ферма Мизеса; уравнение критической нагрузки; упругие опоры; наклонные узловые нагрузки; узловая устойчивость куполов

THE INFLUENCE OF DIRECTION OF THE NODAL LOAD ON STABILITY OF THE VON MISES TRUSS WITH ELASTIC SUPPORTS ON THE EXAMPLE OF RIBBED DOMES WITH RINGS OF STEEL.

BILYK S. I. [1*] , *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*
TONKACHEIEV V. G. [2] , *PG Student.*

[1*] Department of Steel and Wooden Structures, Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, Povitroflotskyi Ave., 31, 49600, Kyiv, Ukraine, tel. +38(044) 241-55-56, e-mail: vartist@ukr.net , ORCID ID: 0000-0001-8783-5892
[2] Department of Steel and Wooden Structures, Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, Povitroflotskyi Ave., 31, 49600, Kyiv, Ukraine, e-mail: thetvg@gmail.com , ORCID ID: 0000-0002-1010-8440

Abstract. ***Purpose.*** The aim of this work is to study the influence of the oblique force and elastic resistance of supports that located at the ridge node of truss on stability of von Mises truss. ***Methodology***. In this paper the scheme of deformation of three-hinged truss under impact of load that concentrated at the apex of truss at an angle to the vertical axis with the presence of elastic supports was considered. A generalized equation for determining the critical force level of buckling depending on the parameters of calculation scheme was obtained. Numerical studies of truss stability depending on the initial geometry of structure were conducted. A proposed algorithm of detection of the maximum force value using the method of the tangent lines by Newton makes possible to detect the regularities with the different inclination angles of rods, stiffness of elastic supports in the apex of truss and in depending of inclination angle of the concentrated load. ***Findings.*** Confirmed the nonlinear deformation of von Mises truss depending on the angles of application force in node, stiffness of elastic supports at the apex of truss. It is shown that the elastic supports increases the critical levels of force. At sufficient rigidity of elastic supports and decreasing of the inclination angle to the horizontal axis of rods buckling of trusses may not occur. This is important to take into account when calculating buckling of dome the nodes of whose are placed between the support and central vertical axis of symmetry. The relative values of critical load have been obtained for a number of structural forms of trusses and it is shown an influence of angle of slope of rods, the values of load and the stiffness of elastic supports in the apex of truss on stability loss of the von Mises truss. ***Scientific innovation.*** Based on theoretical studies was obtained generalized analytical equation of balance the function of force which placed at the apex of truss and depends from the displacement of node. This equation of balance is enables to describe the impact on the stability of node of design features of dome and placement of nodes. Equation shows the displacements of the node in space due to the reaction elastic supports. The equation of balance also shows the compression of elements of the truss considering deformations and displacements. ***Practical value.*** The obtained analytical equations allows us to determine the limiting rational angles of slope of rods depending from the load and the placement of node in the dome, take account of the features of shape of structure and the scheme of force application.

Keywords: buckling; steel dome; nonlinear displacements; von Mises truss; the equation of critical load; elastic supports; sloped nodal load; nodal buckling of domes

Вступ

Актуальність використання стрижневих систем купольної форми обумовлена можливістю перекриття більшого прогону при ефективному використанні металу, архітектурною виразністю, а також високотехнологічним виготовленням окремих елементів. Стрижневі просторові системи покриття мають особливою характерною перевагу, а саме конструкція збирається із уніфікованих однотипних елементів невеликого розміру за допомогою вузлові універсальних з'єднань. Така конструктивна особливість дає можливість транспортувати конструкції на велику відстань, а при виконанні монтажних робіт використовувати типові технологічні процеси та засоби. Такі особливості конструктивних рішень ведуть до підвищення ефективності використання металу порівняно з листовими конструкціями. Також слід сказати про ремонтопридатність таких конструктивних систем. Монтаж, а потім з часом заміна та ремонт покриття в купольних системах, не веде до тимчасового зменшення несучої спроможності конструкції, і може виконуватись послідовно по всій поверхні купольного покриття.

На сьогодні актуальним є енергоефективність експлуатації будівель.

В купольних покриттях будівельний об'єм найбільше раціонально використовується. Купольні покриття мають найкраще відношення функціонального об'єму до будівельного ($K_E=V_{Fun}/V_{Buld}$, де K_E - коефіцієнт енергоефективності будівлі) при певних відношення висоти конструкції до діаметра. Коефіцієнт енергоефективності будівлі з купольним покриттям коливається у оптимальному діапазоні: $K_E \approx 0{,}85\ldots0{,}95$.

За конструктивними характеристиками купольні покриття розділяють на ребристі та сітчасті, окремо виділяють ребристо-кільцеву систему конструкцію куполів.

Сітчасті куполи мають найменші витрати сталі, але конструювання вузлів є одним із складних технологічних проблем, які впливають на вартість і жорсткість купола в цілому. При прогонах 20- 30 м і при середньому тиску вітру різниця між сітчастими і ребристими купольними система є незначною за витратами сталі. При використанні в куполах замкнутих гнутозварних профілів є можливість перейти від шарнірних вузлів до жорстких вузлових з'єднань. Такі конструктивні рішення повністю не досліджені з позицій вузлової стійкості куполів. Однак є ряд задач, стійкості купольних стрижневих систем, які необхідно дослідити для визначення критичного кута нахилу елементів купола в залежності від навантаження. Розрахунок на міцність і стійкість стрижневих куполів фактично розкладається на дві задачі: розрахунок на міцність і розрахунок на стійкість. В загальній проблемі стійкості куполів особливе місце займає дослідження багато стрижневих шарнірно з'єднаних систем при малих кутах нахилу стрижнів та вузловому навантажені.

Перші роботи з дослідження нелінійної роботи пологих тришарнірних ферм проведені Мізес Р. (*Richard Edler von Mises),* такі ферми і називають фермами Мізеса [2]. Подальші дослідження стійкості ферм Мізеса на основі динамічного критерію належать [3,6], в яких проведено широке коло досліджень виконано при врахуванні реакції пружності системи і пружних опор у вузлах [3], які наближаються до машин Земана [4]. Є дослідження з втрати стійкості колони Стокса [5,9]. Для досліджень вузлової стійкості куполів, і визначення впливу конструктивних особливостей на втрату стійкості розглядається в подальшому класичний статичний підхід викладений в роботі [2,4,7,8,10], в яких стійкість тришарнірної системи вивчається через деформаційний розрахунок і через критерій потенціальної енергії.

Мета

Мета роботи є дослідження впливу на стійкість ферм Мізеса похилого навантаження та реакції пружних опор в гребеневому вузлі.

Методика

Розглянута деформована схема тришарнірної ферми при прикладанні навантаження в гребеневому вузлі під кутом і при розташуванні пружних опор в двох напрямках.

Довжина стрижня до деформації стискаючою силою позначена через l_0, Половина прогону арки позначена через a_0, висота ферми Мізеса H_M. Початковий кут нахилу стрижня від вертикальної осі, яка проходить через опори, позначено через α_{0l}. Після прикладання вертикальної сили до вузлу ферми відбулися деформації стрижнів ферми. Довжина стрижнів скоротилася на Δl_0. Довжина стрижня (l_0) через напівпрогін та кут нахилу буде до деформацій стиску і довжина стрижня (l_2) після деформацій стиску.

Після прикладання сили P під кутом β_3 до вузлу ферми відбудуться деформації стрижнів ферми. В силу несиметричності дії сили, довжини стрижнів скоротилася на Δl_{01} *і* Δl_{02}. Після навантаження довжини стрижнів приймуть значення l_1 та l_2, зменшення довжини буде: $\Delta l_{01} = l_0 - l_1$; $\Delta l_{02} = l_0 - l_2$. Відповідно деформації кожного стрижня будуть мати запис.

$$\varepsilon_1 = \Delta l_{01} / l_0 = (l_0 - l_1)/ l_0;$$

$$\varepsilon_2 = \Delta l_{02} / l_0 = (l_0 - l_2)/ l_0. \quad (1)$$

Характеристика пружності опор - параметри жорсткості пружних опор – k_v, k_f.

Зусилля в стрижнях обумовлені рівновагою вузлу.

$$P\sin\beta_P - v_P k_v = N_1 \sin\alpha_{1l} - N_2 \sin\alpha_{2l.} \quad (2.a)$$

$$P\cos\beta_P - f_P k_f = N_1 \cos\alpha_{1l} + N_2 \cos\alpha_{2l.} \quad (2.b)$$

Геометрично тригонометричні функції кутів нахилу стрижнів після деформацій між собою зв'язані нерозривністю деформацій системи в цілому.

$$2a_0 = l_1 \sin\alpha_{1l} + l_2 \sin\alpha_{2l} \cdot l_1 \cos\alpha_{1l}$$
$$= l_2 \cos\alpha_{2l} \cdot \mathrm{tg}\,\beta_P = \frac{f_P}{v_P}$$

Деформації будуть залежати від кутів нахилу і кута прикладання навантаження, перерізів стрижнів.

$$\boldsymbol{\varepsilon_1} = \left[\mathbf{1} - \left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{v_P}}{\boldsymbol{a_0}}\mathbf{tg}\,\boldsymbol{\beta_P}\right)\frac{\mathbf{sin}\boldsymbol{\alpha_{0l}}}{\mathbf{sin}\boldsymbol{\alpha_{1l}}}\right].$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_2} = \left[\mathbf{1} - \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{v_P}}{\boldsymbol{a_0}}\mathbf{tg}\boldsymbol{\beta_P}\right)\frac{\mathbf{sin}\boldsymbol{\alpha_{0l}}}{\mathbf{sin}\boldsymbol{\alpha_{2l}}}\right].$$

Зусилля в кожному стрижні будуть залежати від кутів обертання в деформованій схемі.

$$N_1 = E\varepsilon_1 A_{cal} = EA_{cal}\left[1 - \left(1 - \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)\frac{\sin\alpha_{0l}}{\sin\alpha_{1l}}\right]. \quad (3.a)$$

$$N_2 = E\varepsilon_2 A_{cal} = EA_{cal}\left[1 - \left(1 + \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)\frac{\sin\alpha_{0l}}{\sin\alpha_{2l}}\right]. \quad (3.b)$$

Рівновага гребеневого вузлу дає два рівняння з урахуванням кута нахилу навантаження в гребеневому вузлі реакції пружних опор.

$$P\cos\beta_P - vk_v = N_1\cos\alpha_{1l} + N_2\cos\alpha_{2l} \quad (4.a)$$

$$P\sin\beta_P - fk_f = N_1\sin\alpha_{1l} - N_2\sin\alpha_{2l} \quad (4.b)$$

Геометричні розміри ферми та напрямок дії сили дає такі тригонометричні функції для деформованого стану конструкції (5).

$$\sin\alpha_{1l} = \frac{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\sqrt{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2+\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}}$$

$$\cos\alpha_{1l} = \frac{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)}{\sqrt{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2+\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}}$$

$$\sin\alpha_{2l} = \frac{\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2+\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}}.$$

$$\cos\alpha_{2l} = \frac{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2+\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}}$$

Введені проміжні позначення.

$$D_{1v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}}. \quad D_{2v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}}.$$

$$1 - \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P - 1 - \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P = -2\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P. \quad (6)$$

Для пояснення записів виконується повернення до параметрів ферми.

$$\frac{a_1}{a_0} = 1 - \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P. \ \frac{a_2}{a_0} = 1 + \frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P. \quad (7.a)$$

$$\frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0} = 2. \quad \frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}} - \frac{v_P}{a_0} = \frac{H_M - v_P}{a_0}. \quad (7.b)$$

$$D_{1v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a_1}{H_M-v_P}\right)^2+1}}. \quad (7.c)$$

$$D_{2v} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a_2}{H_M-v_P}\right)^2+1}}. \quad (7.d)$$

Об'єднання формул (3 - 7) дає величину параметра навантаження в залежності від переміщень гребеневого вузла.

$$\frac{P\sin\beta_P}{EA_{cal}} - \frac{v_P\text{tg}\beta_P}{EA_{cal}}k_f = D_{1v} + D_{2v} + 2\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\sin\alpha_{0l}.$$

$$\frac{P\cos\beta_P}{EA_{cal}} - \frac{v_P k_v}{EA_{cal}} = D_{1v} + D_{2v} - 2\sin\alpha_{0l}.$$

В розгорнутому вигляді маємо рівняння стійкості ферми Мізеса при $\beta_P \leq \alpha_0$.

$$\frac{P\cos\beta_P}{EA_{cal}} - \frac{vk_v}{EA_{cal}} = \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1-\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v_P}{a_0}\text{tg}\beta_P\right)^2}{\left(\frac{1}{\text{tg}\alpha_{0l}}-\frac{v_P}{a_0}\right)^2}+1}} - 2\sin\alpha_{0l}\right]. \quad (8)$$

Характерною особливістю рівняння (8) є залежність між навантаженням і вертикальними переміщеннями гребеневого вузла в залежності від кута нахилу навантаження і реакції пружної опори, яка розташована у гребеневому вузлі.

Рівняння (8) отримано у розгорнутому вигляді дає підстави показати, що кут нахилу вузлової сили зменшує критичне значення параметру самої сили, а пружність опор у гребеневому вузлі також відкладає виникнення критичного навантаження.

Отримане теоретичним шляхом узагальнене рішення стійкості тришарнірної ферми дозволяє моделювати вузлову стійкість сталевих ребристих та ребристо-кільцевих куполів з урахуванням просторової роботи, враховуючи конструкцію хрестових або ромбічних елементів.

Рівняння (8) переходить до відомого рівняння [ ] при відсутності кута нахилу стрижня $\beta_P = 0$, $\cos\beta_P = 1$ (формула 9).

$$\frac{P}{EA_{cal}} - \frac{\nu k_v}{EA_{cal}} = \left(\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha_{0l}} - \frac{v_P}{a_0}\right)\left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha_{0l}} - \frac{v_P}{a_0}\right)^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha_{0l}} - \frac{v_P}{a_0}\right)^2}} - 2\sin\alpha_{0l}\right]. \quad (9)$$

Результати

Проведені числові дослідження з метою визначення зміни максимального навантаження в залежності від кута нахилу стрижнів, кута нахилу вузлової сили та впливу пружних реакцій у вузлі. Результати досліджень показані в таблицях. За вибору критичного навантаження прийнято максимальне навантаження при послідовних вертикальних переміщеннях гребеневого вузла. Використаний метод дотичних Ньютона [10].

Зменшення навантаження при збільшенні переміщень вказує на зміну знаку другої похідної функції: навантаження - переміщення.

Збільшення куту нахилу прикладання вузлового навантаження збільшує критичне навантаження. Це важливо враховувати при розрахунку вузлової стійкості вузлів, які розташовані між опорою та віссю симетрії.

Таблиця 1

Результати числових досліджень при $\beta_P=0$
The results of numerical studies with $\beta_P=0$

α_{01}	k_v	k_f	v/a_0	α_1	P_{max}/EA_{cal}
85°	0	0	0,05	87,85°	1,014E-06
85°	0	0	0,06	88,42°	0,985E-07
80°	0	0	0,11	85,635°	3,29E-05
80°	0	0	0,16	89,065°	1,366E-05
75°	0	0	0,17	84,406°	0,000253
75°	0	0	0,25	88,97°	7,85E-05
70°	0	0	0,22	81,807°	0,001086
70°	0	0	0,36	89,77°	5,9 E-05

Таблиця 2

Результати числових досліджень при $\beta_P=15°$
The results of numerical studies with $\beta_P=15°$

α_{01}	k_v	k_f	v/a_0	α_1	$\frac{P_{max}\cos\beta_P}{EA_{cal}}$
70°	0	0	0,22	83,09°	0,024346
70°	0	0	0,32	88,02°	0,012
70°	0,01	0,01	0,2	82,03°	0,034565
70°	0,01	0,01	0,32	88,02°	0,022
70°	0,01	0,01	0,34	88,93°	0,017

Аналіз результатів таблиць 1 і 2 показує, що пружні опори збільшують критичне навантаження, а при достатній жорсткості та при зменшені кута нахилу до горизонтальної осі несуча спроможність системи буде збільшуватись відносно системи з вертикальним вузловим навантаженням. Це означає, що втрата стійкості може не відбуватися.

Зменшення кута нахилу до горизонтальної осі конструкції веде до суттєвого (в рази) зменшення критичного навантаження. В залежності від вузлового розрахункового навантаження раціональним кутом нахилу стрижнів до горизонтальної осі слід вважати мінімальний кут нахилу: 90°-α_{0l}=13°…15° при $\beta_P=0$.

Підтверджено нелінійний характер деформування тришарнірних ферм в залежності від кутів нахилу ферми, кута прикладання вузлового навантаження, жорсткості пружних опор в гребеневому вузлі.

Наукова новизна та практична значимість

На підставі теоретичних досліджень отримано узагальнене аналітичне рішення стійкості тришарнірної системи з урахуванням кута нахилу вузлового навантаження і відпірності пружних опор розташованих у гребеневому вузлі. Узагальнене аналітичне рішення описує вплив на вузлову стійкість куполів конструктивних особливостей: розташування вузла та просторову роботу конструкції через реакцію пружних опор. Реакція пружних опор моделлює просторову роботу конструкції. Отримані аналітичні рівняння дозволяють визначити граничні раціональні кути нахилу стрижнів куполів в залежності від навантаження і розташування вузла у куполі, врахувати особливості конструктивної форми і схеми прикладання навантаження.

Висновки

1. Розроблена узагальнена методика розрахунку вузлової стійкості ребристих і ребристо-кільцевих сталевих куполів. Враховано через кут нахилу вузлового навантаження розташування вузла у конструкції, а через реакцію пружних опор просторову роботу конструкції.
2. Аналітичні рішення відкривають шлях до моделювання особливостей конструктивних рішень куполів, та визначення раціональних параметрів конструкцій при забезпеченні конструктивної надійності складних систем в цілому.
3. Запропонована модель може враховувати і піддатливість опор, а не тільки враховувати обтиск стрижнів через введення приведеної жорсткості в стрижнях.
4. Реакція пружної опори в гребеневому вузлі може враховувати реакцію інших стрижнів купольної системи при несиметричному сніговому навантаженні.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Раціональна форма геометричної схеми рамного каркасу з карнизними похилими елементами навколо функціонального об’єму / С. І. Білик // Прикладна геометрія та інженерна графіка : міжвід. наук. зб. / МОН України, КНУБА. – К., 2004. – Вип. 74. – С. 228–235.

Bilyk S. I. Optimal form of the geometrical circuitry of the frame carcase with incline elements around functional cubature / Bilyk S. I. // Applied geometry and engineering graphics: Collection of scientific papers/ KNUBA. –К., 2004. – V. 74. – P. 228–235.

https://scholar.google.com.ua

2. Mises Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitäts–theorie // Z.Angew.Math.Mech. 3, 406, 1923.

3. Пановко. Я.Г., Губанов И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М: Наука,1987. –352 с.

Panovko. Y.G., Gubanov I.I Stability and oscillations of elastic systems. - M: Nauka, 1987. -352 p.

4. Бондарь Н.Г. Устойчивость и колебания упругих систем в современной технике. – Киев: Вища школа, 1987. – 210 с.

Bondar N.G. Stability and oscillations of elastic systems in modern technology. - Kiev: Vishcha School, 1987. - 210 p.

5. Cook G.R., Simiu E. Periodic and chaotic oscillations of Modified Stoker Column // Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, № 9, September, 1991. – P. 2049-2064.

6. Mikhlin Yuri V.. Nonlinear normal vibration modes and their applications// Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications Serra Negra (SP - ISSN 2178-3667), 2010. P. 151-171 http://www.sbmac.org.br/dincon/trabalhos/PDF/invited/68092.pdf

7. Феодосьев. В.И. Избранные задачи и вопрсы по сопротивлению материалов. – М: Наука,1967. – 376 с.

Feodosiev. VI. Selected problems and questions on the strength of materials. - M: Nauka, 1967. - 376 p.

8. Nachbar W., Huang N.C. Dynamic snap – through of a simple viscoelastic truss // Q.Appl.Math., 25, p. 65-82, 1967.

9. Stoker J.J. Nonlinear vibration sn mechanical and electrical systems/ Wiley, New-York, 1950.

10. Marcelo Greco. Carlos Eduardo Rodrigues Vicente. Analytical solutions for geometrically nonlinear trusses. Esc. Minas vol.62 no.2 Ouro Preto Apr.\June 2009. http://www.scielo.br/scielo.

Статья поступила в редколлегию 06.08.2015