

УДК 624.012.45

## ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С УГЛЕПЛАСТИКОВЫМ ВНЕШНИМ АРМИРОВАНИЕМ

*Д.т.н., проф. Пичугин С.Ф.*

*Полтавский национальный технический университет  
имени Юрия Кондратюка*

**Постановка проблемы.** Усиление строительных конструкций – важная научно-техническая проблема, актуальность которой нарастает в настоящее время. Особенность этой отрасли строительства в последние годы – появление, исследование и активное внедрение в практику усиления конструкций новых современных материалов, имеющих высокие прочностные и эксплуатационные свойства.

Одними из таких материалов являются композитные материалы на основании углеродного волокна (ФАП). Примером их применения может служить система внешнего армирования композитными материалами ряда торговых марок, предназначенная для повышения прочности и долговечности железобетонных, бетонных, кирпичных и каменных конструкций.

**Анализ исследований и публикаций.** Для расчета железобетонных конструкций, усиленных композитными материалами, разработаны рекомендательные документы: Руководство [1] и Рекомендации [2]. Определенный опыт усиления углепластиком железобетонных, стальных и деревянных конструкций накоплен в России [3] и Украине [4]. Однако вопросы оценки надежности как применяемых композитных материалов, так и усиливаемых ими конструкций остаются нерешенными. В основу расчета надежности усиленных конструкций может быть положена методика оценки надежности строительных конструкций, разработанная рядом авторов [6 – 8], а также фундаментальные положения теории вероятностей [9].

**Постановка задачи:** разработка расчета надежности железобетонных балок с углепластиковым внешним армированием

**Разработка оценок надежности железобетонных балок, усиленных углепластиком.** Для получения оценок надежности будем использовать разработанный прием [6] с подстановкой вероятностных параметров в детерминистические решения прочности железобетонных балок.

При этом принимается во внимание, что большинство случайных аргументов резерва несущей способности железобетонных балок может обоснованно описываться нормальным законом (распределением Гаусса), в частности, прочность бетона, арматуры, углепластика, а также ряд нагрузок (постоянные, технологические, крановые и т.д.).

При разработке указанных оценок за основу принимался расчет по прочности сечений, нормальных к продольной оси железобетонных балок, не усиленных и с усилением углепластиком, разработанный в нормах железобетонных конструкций [5] и руководствах [1, 2]. Рассмотрены железобетонные балки прямоугольного сечения с одиночной растянутой

арматурой без усиления и усиленные углепластиком.

*Вариант 1. Балка без усиления.* Случайное значение предельного изгибающего момента, воспринимаемого балкой [5]:

$$\tilde{M}_{ult} = f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s) = \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}), \quad (1)$$

где  $\tilde{\sigma}_b$  – случайное значение сопротивления бетона сжатию для предельных состояний первой группы;  $\tilde{\sigma}_s$  – случайное значение прочности на растяжение стержневой арматуры;  $A_s$  – площадь сечения растянутой стержневой арматуры;  $h_0$  – расчетная высота сечения;  $x$  – высота сжатой зоны бетона, равная

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b},$$

где  $b$  – ширина сечения.

Подставляем выражение для  $x$  в формулу (1):

$$\tilde{M}_{ult} = \tilde{\sigma}_s A_s h_0 - 0,5 \frac{(\tilde{\sigma}_s A_s)^2}{\tilde{\sigma}_b b}. \quad (2)$$

Учитывая общее выражение (1), имеем для математического ожидания предельного момента

$$\bar{M}_{ult} = \bar{\sigma}_s A_s h_0 - 0,5 \frac{(\bar{\sigma}_s A_s)^2}{\bar{\sigma}_b b}, \quad (3)$$

где  $\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_b$  – соответственно математическое ожидание прочности арматуры и сопротивления бетона.

Определим коэффициенты для вычисления стандарта предельного момента:

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = A_s h_0 - \frac{\sigma_s A_s^2}{\sigma_b b} = \frac{A_s}{\sigma_b b} (\sigma_b h_0 b - \sigma_s A_s). \quad D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} (\sigma_s A_s)^2. \quad (4)$$

Стандарт предельного изгибающего момента определяется как

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2}. \quad (5)$$

Для оценки надежности балок определяем характеристику безопасности, имеющую в данном случае следующий вид:

$$\beta = (\bar{M}_{ult} - M_{cal}) / \hat{M}_{ult}, \quad (6)$$

где  $M_{cal}$  – расчетное значение внешнего изгибающего момента в балке.

Вычисление оценки надежности балок выполняется с использованием известной функции Лапласа  $\Phi(\beta)$  [9]:

$$Q(Y < 0) = 0,5 - \Phi(\beta). \quad (7)$$

*Вариант 2. Балка, усиленная углепластиком.* Случайное значение предельного изгибающего момента, воспринимаемого усиленной балкой [1]:

$$\tilde{M}_{ult} = f(\tilde{\sigma}_b, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{fu}) = \tilde{\sigma}_{fu} A_f (h - 0,5\tilde{x}) + \tilde{\sigma}_s A_s (h_0 - 0,5\tilde{x}), \quad (8)$$

где  $\tilde{\sigma}_{fu}$  – случайное значение прочности на растяжение ФАП;  $A_f$  – площадь сечения углепластиковой арматуры;  $h$  – высота сечения;  $x$  – высота сжатой зоны бетона, равная

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b}.$$

Подставляем выражение для  $x$  в формулу (8):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_{fu} A_f \left( h - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b} \right) + \tilde{\sigma}_s A_s \left( h_0 - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s}{\tilde{\sigma}_b b} \right) = \\ &= \tilde{\sigma}_{fu} A_f h + \tilde{\sigma}_s A_s h_0 - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_b b} (\tilde{\sigma}_{fu} A_f + \tilde{\sigma}_s A_s)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Математического ожидания предельного момента получаем, подставляя в полученное выражение математические ожидания случайных аргументов.

Определим коэффициенты для вычисления стандарта предельного момента:

$$D_{fu} = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_{fu}} = \frac{A_f}{\sigma_b b} [\sigma_b h b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s)]; \quad (10)$$

$$D_s = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_s} = \frac{A_s}{\sigma_b b} [\sigma_b h_0 b - (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s)]; \quad (11)$$

$$D_b = \frac{\partial M_{ult}}{\partial \sigma_b} = \frac{0,5}{\sigma_b^2 b} (\sigma_{fu} A_f + \sigma_s A_s)^2. \quad (12)$$

Числовые значения коэффициентов получаем, подставляя в полученные выражения математические ожидания случайных аргументов.

Стандарт предельного изгибающего момента определяется как

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_b \hat{\sigma}_b)^2 + (D_s \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{fu} \sigma_{fu})^2}. \quad (13)$$

### Оценка надежности балки с одиночным армированием без усиления.

Принимаем исходные данные – по примеру 1 из «Руководства» [1]. Балка имеет сечение размерами  $b = 300$  мм,  $h = 800$  мм,  $a = 70$  мм; растянутая арматура А400 ( $R_s = 355$  МПа); площадь её сечения  $A_s = 2945$  мм<sup>2</sup> = 29,45 см<sup>2</sup> (6Ø25); бетон класса В25 ( $R_b = 14,5$  МПа); расчетный внешний изгибающий момент  $M_{cal} = 650$  кНм.

По приведенным расчетным характеристикам материалов определяем их статистические характеристики:

$$- \text{бетон В25} - \bar{\sigma}_b = 1,282 R_b = 1,282 \cdot 14,5 = 18,59 \text{ МПа} = 1,86 \text{ кН/см}^2;$$

$$- \hat{\sigma}_b = 0,135 \bar{\sigma}_b = 0,135 \cdot 18,59 = 2,51 \text{ МПа} = 0,25 \text{ кН/см}^2.$$

$$- \text{арматура А 400} - \bar{\sigma}_s = 420 \text{ МПа} = 42,0 \text{ кН/см}^2, \text{ коэффициент вариации } V_s = 0,0436 \text{ (табл. П.3.12 [7]), } \hat{\sigma}_s = 0,0436 \cdot 420 = 18,31 \text{ МПа} = 1,83 \text{ кН/см}^2.$$

По формуле (3) вычисляем математическое ожидание предельного момента:

$$\begin{aligned}\bar{M}_{uit} &= 42,0 \cdot 29,45 \cdot 73 - \frac{0,5}{1,86 \cdot 30} (42,0 \cdot 29,45)^2 \\ &= 90293,7 - 13709,0 = 76584,7 \text{кНсм} = 756,85 \text{кНм}\end{aligned}$$

По формулам (4) определяем коэффициенты для вычисления стандарта предельного момента:

$$\begin{aligned}D_s &= \frac{29,45}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 73 \cdot 30 - 42 \cdot 29,45) = 1497,0 \text{см}^3; \\ D_b &= \frac{0,5}{1,86^2 \cdot 30} (42 \cdot 29,45)^2 = 7370,4 \text{см}^3.\end{aligned}$$

По формуле (5) определяем стандарт предельного момента:

$$\hat{M}_{uit} = \sqrt{(1497 \cdot 1,83)^2 + (7370,4 \cdot 0,25)^2} = 3301,5 \text{кНсм} = 33,02 \text{кНм}.$$

По отношению к расчетному значению внешнего изгибающего момента в балке вычисляем характеристику безопасности и вероятность отказа балки

$$\beta = \frac{765,85 - 650}{33,02} = 3,51. Q(\beta) = 2,26 \cdot 10^{-4}.$$

**Оценка надежности балки с одиночным армированием с усилением ФАП.** Исходные данные – те же, что в предыдущем примере. Усиление – 1 слой углеродной ткани шириной 300 мм, площадь сечения усиления  $A_f = 52,5 \text{мм}^2 = 0,525 \text{см}^2$ . Расчетная прочность углеткани  $R_{fu} = 1033 \text{МПа}$ .

Определим числовые характеристики прочности углеткани. Примем ориентировочно коэффициент вариации  $V_{fu} = 8\% = 0,08$  и ту же обеспеченность расчетной прочности 95% (на расстоянии 1,64 стандарта от математического ожидания).

$$\begin{aligned}R_{fu} &= \bar{R}_{fu} - 1,64 \cdot 0,08 \cdot \bar{R}_{fu} = 0,869 \bar{R}_{fu}; \\ \bar{R}_{fu} &= \frac{R_{fu}}{0,869} = 1,151 R_{fu} = 1,151 \cdot 1033 = 1188,7 \text{МПа} = 118,9 \text{кН/см}^2; \\ \hat{R}_{fu} &= 0,08 \cdot 1188,7 = 95,1 \text{МПа} = 9,51 \text{кН/см}^2.\end{aligned}$$

По формуле (9) вычисляем математическое ожидание предельного момента:

$$\begin{aligned}\bar{M}_{uit} &= 118,9 \cdot 0,525 \cdot 80 + 42,0 \cdot 29,45 \cdot 73 - \frac{0,5}{1,86 \cdot 30} (118,9 \cdot 0,525 + 42,0 \cdot 29,45)^2 = \\ &= 4993,8 + 90293,7 - 15127,70 = 80160 \text{кНсм} = 801,6 \text{кНм}\end{aligned}$$

По формулам (10), (11) и (12) определяем коэффициенты для вычисления стандарта предельного момента:

$$D_{fu} = \frac{0,525}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 80 \cdot 30 - 118,9 \cdot 0,525 - 42 \cdot 29,45) = 29,78 \text{см}^3;$$

$$D_s = \frac{29,45}{1,86 \cdot 30} (1,86 \cdot 73 \cdot 30 - 118,9 \cdot 0,525 - 42 \cdot 29,45) = 1464,1 \text{ см}^3;$$

$$D_b = \frac{0,5}{1,86^2 \cdot 30} (118,9 \cdot 0,525 + 42 \cdot 29,45)^2 = 8132,8 \text{ см}^3.$$

По формуле (13) определяем стандарт предельного момента:

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(29,78 \cdot 9,51)^2 + (1464,1 \cdot 1,83)^2 + (8132,8 \cdot 0,25)^2} = 3375,3 \text{ кНсм} = 33,75 \text{ кНм}.$$

По отношению к расчетному значению внешнего изгибающего момента в балке вычисляем характеристику безопасности и вероятность отказа балки

$$\beta = \frac{801,6 - 650}{33,75} = 4,49. \quad Q(\beta) = 3,4 \cdot 10^{-6}.$$

Полученная вероятность отказа существенно ниже, чем вероятность отказа балки без усиления.

**Выводы.** Разработана оценка надежности железобетонных балок, усиленных углепластиковой лентой. Показано, что такое усиление значительно повышает надежность балок.

### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Руководство по усилению железобетонных конструкций композитными материалами / В. Л. Чернявский, Ю. Г. Хаютин, Е.З. Аксельрод, В.А. Клевцов, Н.В. Фаткуллин – М.: ООО «Интераква», НИИЖБ, 2006. – 48 с.
2. Рекомендации по расчету усиления железобетонных конструкций системой внешнего армирования из полимерных композитов FibARM. – М.: НИИЖБ, 2012. – 29 с.
3. Шилин А. А., Пшеничный В. А., Картузов Д. В. Внешнее армирование железобетонных конструкций композиционными материалами. – М.: Стройиздат, 2004. – 144с.
4. Давиденко А.И., Стоянов В.В. Исследование методом математического моделирования повышения трещиностойкости подкрановой балки в районе трещины с углепластиковой накладкой // Металлические конструкции – 2008. – Том 14. - №4. – С. 245 – 251.
5. СНиП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. – М., 2011.
6. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий. – М.: Изд-во АСВ, 2011. – 456 с.
7. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций. Учебное пособие. – М.: Изд-во АСВ, 2008. – 184 с.
8. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.