

УДК 624.04

КРИТИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ РАДИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКОГО КРУГОВОГО КОЛЬЦА С НАЧАЛЬНЫМИ ИЗГИБНЫМИ ПЛАСТИЧЕСКИМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ

ЛАЗАРЕВ И. В. *

*Электромеханическая лаборатория отдела электромагнитных исследований, Публичное акционерное общество «Украинский научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт трансформаторостроения» (ПАО «ВИТ»), Днепрпетровское шоссе 11, 69069, Запорожье, Украина, тел. +38 061 284 52 11, факс +38 061 284 54 55, e-mail: oemi@vit.zp.ua, ORCID ID: 0000-0002-6338-2793

Аннотация. Цель. С учетом пластических деформаций изгиба, возникших при изготовлении, ранее была рассмотрена только устойчивость гибкого кругового кольца прямоугольного без закруглений углов сечения применительно к расчету проводников обмоток трансформаторов. Реальные проводники имеют закругления углов сечения. Широко применяются проводники круглого сечения. Необходимо определение критических напряжений радиальной устойчивости гибких круговых колец круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечений при наличии начальных изгибных пластических деформаций, возникших при изготовлении. **Методика.** С учетом начальных пластических деформаций изгиба определены критические напряжения радиальной устойчивости кольца круглого сечения. Разработан численный метод определения критических напряжений радиальной устойчивости кольца прямоугольного с закруглениями углов сечения при наличии начальных изгибных пластических деформаций, распространяющийся на все типы сечений проводников, применяемых в трансформаторостроении. **Результаты.** Разработанные методы применены для расчета критических напряжений радиальной устойчивости обмоток с проводниками круглого и прямоугольного сечения. Полученные результаты показали, что вследствие начальных пластических деформаций изгиба рассмотренные кольца – проводники обмоток не подчиняются закону Гука и к ним не применимы формулы механики деформируемого твердого тела, полученные с его использованием. Начальные пластические деформации изгиба приводят к значительному уменьшению критических напряжений радиальной устойчивости, поэтому методы, не учитывающие этих деформаций, нельзя использовать для расчета рассмотренных колец. Сравнение результатов расчетов и испытаний обмоток подтвердило достоверность разработанных методов. **Научная новизна.** Разработан общий численный метод определения критических напряжений радиальной устойчивости с учетом начальных пластических деформаций изгиба, распространяющийся на кольца круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечения. **Практическая ценность.** Разработанные методы расчета критических напряжений радиальной устойчивости гибких колец круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечения широко применяются для расчета на устойчивость проводников обмоток трансформаторов при действии радиальных сжимающих сил короткого замыкания.

Ключевые слова: гибкое круговое кольцо, начальные пластические деформации изгиба, критические напряжения радиальной устойчивости

КРИТИЧНІ НАПРУЖЕННЯ РАДІАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ ГНУЧКОГО КРУГОВОГО КІЛЬЦЯ З ПОЧАТКОВИМИ ПЛАСТИЧНИМИ ДЕФОРМАЦІЯМИ ВИГИНУ

ЛАЗАРЄВ І. В. *

*Електромеханічна лабораторія відділу електромагнітних досліджень, Публічне акціонерне товариство «Український науково-дослідний, проектно-конструкторський та технологічний інститут трансформаторобудування» (ПАТ «ВИТ»), Дніпропетровське шосе 11, 69069, Запоріжжя, Україна, тел. +38 061 284 52 11, факс +38 061 284 54 55, e-mail: oemi@vit.zp.ua, ORCID ID: 0000-0002-6338-2793

Анотація. Мета. З урахуванням пластичних деформацій вигину, що виникли при виготовленні, раніше була розглянута лише стійкість гнучкого кругового кільця прямокутного без заокруглень кутів перерізу стосовно до розрахунку провідників обмоток трансформаторів. Реальні провідники мають заокруглення кутів перерізу. Широко використовуються провідники круглого перерізу. Необхідне визначення критичних напружень радіальної стійкості гнучких кругових кілець круглого і прямокутного з заокругленнями кутів перерізів за наявності початкових пластичних деформацій вигину, що виникають при виготовленні. **Методика.** З урахуванням початкових пластичних деформацій вигину визначено критичні напруження радіальної стійкості кільця круглого перерізу. Розроблено чисельний метод визначення критичних напружень радіальної стійкості кільця прямокутного з заокругленнями кутів перерізу за наявності початкових пластичних деформацій вигину, що розповсюджується на всі типи перерізів провідників, які застосовуються у трансформаторобудуванні. **Результати.** Розроблені методи застосовано для розрахунку критичних напружень радіальної стійкості обмоток з провідниками круглого та прямокутного перерізу. Отримані результати показали, що внаслідок початкових пластичних деформацій вигину розглянуті кільця – провідники обмоток не слідує закону Гука і для них не можна застосовувати

формули механіки деформівного твердого тіла, отримані з його використанням. Початкові пластичні деформації вигину призводять до значного зменшення критичних напружень радіальної стійкості, методи, що не враховують цих деформацій, на можна використовувати для розрахунку розглянутих кілець. Порівняння результатів розрахунків та випробувань обмоток підтвердило достовірність розроблених методів. **Наукова новизна.** Розроблено загальний чисельний метод визначення критичних напружень радіальної стійкості з урахуванням початкових пластичних деформацій вигину, що розповсюджується на кільця круглого та прямокутного з заокругленнями кутів перерізу. **Практична значимість.** Розроблені методи розрахунку критичних напружень радіальної стійкості гнучких кілець круглого та прямокутного з заокругленнями кутів перерізів широко використовуються для розрахунку на стійкість провідників обмоток трансформаторів при дії радіальних стискальних сил короткого замикання.

Ключові слова: гнучке кругове кільце, початкові пластичні деформації вигину, критичні напруження радіальної стійкості

CRITICAL STRESSES OF RADIAL STABILITY OF FLEXIBLE CIRCULAR RING WITH INITIAL PLASTIC BENDING STRAINS

LAZARIEV I.V. *

*Electromechanics laboratory of the department for research in electromagnetics, Public joint stock company “Ukrainian research, design and technological transformer institute” (PJSC “VIT”), 11 Dnipropetrovske shose, 69069, Zaporizhzhya, Ukraine, tel. +38 061 284 52 11, fax +38 061 284 54 55, e-mail: oemi@vit.zp.ua, ORCID ID: 0000-0002-6338-2793

Abstract. Purpose. With regard to plastic bending strains originating during fabrication, there has earlier been studied stability of the flexible circular ring with rectangular cross section without fillets as applied to analysis of transformer winding conductors. Real conductors have fillets in cross section corners. Conductors with round cross section are widely utilised. It is necessary to determine critical stresses of radial stability of flexible circular rings with round and filleted rectangular cross sections with initial plastic bending strains originating during fabrication. **Methodology.** With regard to initial plastic bending strains, there were determined critical stresses of radial stability of the ring with round cross section. There was developed a numerical method for determining critical stresses of radial stability of the ring with filleted rectangular cross section with initial plastic bending strains. This method covers all conductor cross section types utilised in transformers. **Findings.** The methods developed were applied to calculation of critical stresses of radial stability of windings with round and rectangular conductors. The obtained results demonstrated that due to the initial plastic bending strains the examined rings (conductors) do not follow Hooke’s law. Therefore, the deformable solid body mechanics formulae based upon it are not applicable to such rings. The initial plastic bending strains cause significant reduction of critical stresses of radial stability, thus the methods that do not take these strains into account cannot be used for analysis of the rings under consideration. Comparison of calculation results and windings test data confirmed validity of the methods developed. **Originality.** There was developed a generalised numerical method for determining critical stresses of radial stability with regard to initial plastic bending strains that covers the rings with round and filleted rectangular cross section. **Practical value.** The developed methods for calculation of critical stresses of radial stability of flexible rings with round and filleted rectangular cross section are widely used for stability analysis of transformer winding conductors under the action of radial compressive short circuit forces.

Keywords: flexible circular ring; initial plastic bending strains; critical stresses of radial stability

Введение

Рассматривается гибкое круговое кольцо круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечения, изготовленное путем изгиба прямолинейного стержня вокруг жесткого цилиндра. В процессе изготовления в кольце возникают значительные пластические деформации изгиба. На кольцо действует равномерно распределенная по окружности радиальная нагрузка. Для кольца справедлива гипотеза плоских сечений и допущение о ненадавливании волокон друг на друга в радиальном направлении. Материал кольца на растяжение и сжатие работает одинаково, то есть его диаграммы «напряжение – деформация» ($\sigma - \varepsilon$) для растяжения и сжатия совпадают. В частности, представленное кольцо служит расчетной схемой для определения критических напряжений радиальной устойчивости проводников обмоток трансформаторов. При изготовлении обмотки провод

наматывается на специальную оправку цилиндрической формы [2]. При этом проводники изгибаются так, что в них возникают значительные деформации изгиба. Например, в трансформаторах массовых серий часто используются проводники круглого сечения из алюминия. Средние диаметры проводников d и обмоток D примерно равны $d = 5 \text{ mm}$ $D = 250 \text{ mm}$. При таких размерах максимальная деформация изгиба проводников, возникшая при намотке, имеет значение $\varepsilon_{b \max} = d/D = 0.02$, которое в 50 раз превышает деформацию, соответствующую пределу пропорциональности алюминия, – $\varepsilon_{pl} = 0.0004$. Таким образом, в рассматриваемом случае пластические деформации, возникающие при намотке, охватывают практически все сечение. Следовательно, влияние этих деформаций на

критические напряжения радиальной устойчивости будет значительным.

Следует заметить, что гибкое круговое кольцо служит расчетной схемой для многих реальных объектов. Поэтому его изучению посвящено большое количество работ, в том числе, применительно к обмоткам трансформаторов [5 – 13]. В этих работах изучалось влияние различных факторов на поведение рассматриваемого кольца. Однако с учетом начальных пластических деформаций изгиба, возникших при изготовлении, была рассмотрена устойчивость только кольца прямоугольного сечения без закруглений углов [12]. У проводников обмоток трансформаторов такие закругления имеются, что требует изучения их влияние на устойчивость.

Цель

Целью данной работы является определение критических напряжений радиальной устойчивости гибких круговых колец круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечений с учетом начальных изгибных пластических деформаций, возникших при изготовлении.

Методика

Рассмотрим кольцо круглого сечения. Учитывая, что радиальный размер кольца мал по сравнению с его средним радиусом $R = D/2$, можно считать, что начальные деформации изгиба, возникшие при изготовлении, ε_b в радиальном направлении следуют линейному закону (рис. 1)

$$\varepsilon_b = x_1/R \quad (1)$$

где координата x_1 отсчитывается от окружной оси кольца в направлении радиуса к центру кривизны (положительными являются деформации сжатия).

Возникшие при изготовлении начальные напряжения изгиба σ_b определяются по деформациям ε_b с помощью диаграммы $\sigma - \varepsilon$ материала кольца.

Под действием радиальной нагрузки кольцо будет сжиматься. Деформации сжатия ε_{comp} распределены равномерно по его сечению и окружности. Полная деформация ε равна (рис. 1)

$$\varepsilon = \varepsilon_b + \varepsilon_{comp} \quad (2)$$

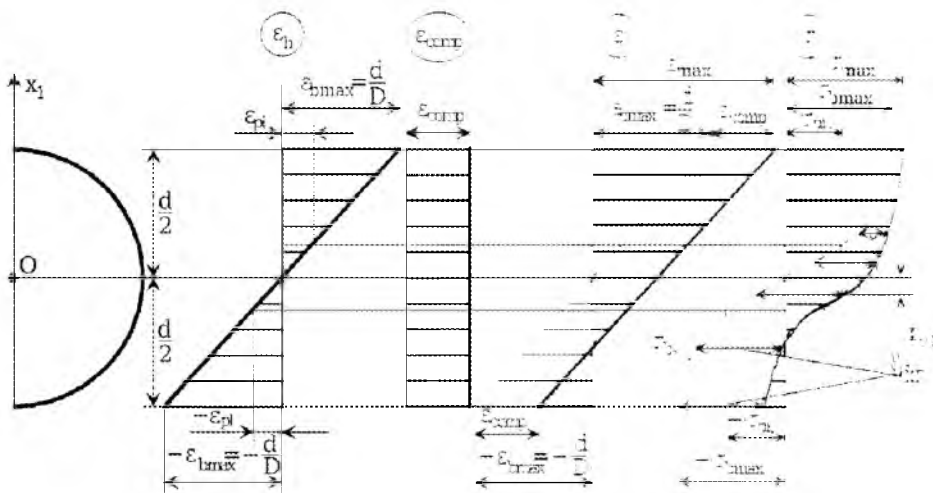


Рис. 1. Эторы деформаций и напряжений / Profiles of strains and stresses

При сжатии кольца растянутые при начальном изгибе волокна будут разгружаться, а сжатые – догружаться. В пластической области разгрузка происходит с исходным модулем упругости материала кольца E , в результате неупругая область растяжения «исчезнет». Догрузка в неупругой зоне сжатия реализуется по диаграмме $\sigma - \varepsilon$, и эта зона расширится (рис. 1). Полные напряжения σ в ней определяются с помощью диаграммы $\sigma - \varepsilon$ по полным деформациям ε (2). В упругой области для полного напряжения σ справедливо выражение

$$\sigma = \sigma_b + E\varepsilon_{comp} \quad (3)$$

На границе между упругой и пластической областями сечения с координатой x_{10} , полное напряжение равно пределу пропорциональности

материала кольца $\sigma = \sigma_{pl}$ (рис. 1). Используя это условие и выражение (3), можно найти соответствующее этой границе начальное напряжение изгиба σ_b^0 , возникшее при изготовлении. По этому напряжению σ_b^0 с помощью диаграммы $\sigma - \varepsilon$ определяется соответствующая начальная деформация ε_b^0 . Тогда координата x_{10} будет равна

$$x_{10} = \text{sign}(\sigma_b^0)(D/2)\left|\varepsilon_b^0\right| \quad (4)$$

Проинтегрировав по площади сечения кольца полные напряжения, найдем их равнодействующую. Разделив результат на площадь сечения, получим напряжение сжатия (среднее) σ_{comp} ,

соответствующее деформации ε_{comp} . При заданных начальных деформациях ε_b , используя диаграмму $\sigma - \varepsilon$, можно построить зависимости $\sigma_{comp} - \varepsilon_{comp}$. Если рассматривать растяжение вместо сжатия, получим такие же зависимости. По этой причине указанные зависимости названы диаграммами «окружное напряжение – окружная деформация» ($\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$). Начальные деформации изгиба ε_b для этих диаграмм $\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$ характеризуются параметром κ , равным их максимальной величине $\kappa = \varepsilon_{bmax}$, который назван просто геометрическим параметром.

Если радиальная нагрузка достигнет критического значения, произойдет выпучивание кольца. Будем считать, что при выпучивании нагрузка не изменяется. Полуволны изгиба при потере устойчивости направлены попеременно наружу и внутрь кольца. На участках, где полуволны изгиба направлены наружу, при дополнительных деформациях изгиба внешние волокна кольца растягиваются, а внутренние – сжимаются (догружаются). Такие участки названы участками догрузки. Для упрощения нелинейный участок диаграммы $\sigma - \varepsilon$ между деформацией, соответствующей пределу пропорциональности, ε_{pl} и максимальной деформацией ε_{max} заменим секущей. На этом участке в качестве характеристики диаграммы при дополнительных деформациях примем секущий модуль упругости E_c , который меньше исходного модуля упругости E . В области растяжения происходят дополнительные упругие деформации разгрузки с исходным модулем упругости E . По этой причине при дополнительных деформациях изгиба на участках догрузки нейтральный слой будет смещаться в сторону упругих деформаций. Дополнительные деформации изгиба при потере устойчивости $\Delta\varepsilon$ на этих участках определяются выражением

$$\Delta\varepsilon = (\kappa_{22} - \kappa_{21})(x_1 - x_{1N}), \quad (5)$$

где $(\kappa_{22} - \kappa_{21})$ – изменение кривизны кольца при дополнительных деформациях изгиба; x_{1N} – координата нейтрального слоя.

В итоге для дополнительных напряжений $\Delta\sigma$, соответствующих дополнительным деформациям (5), получим такие выражения:

$$\begin{aligned} -d/2 < x_1 < x_{10} : \Delta\sigma &= E(\kappa_{22} - \kappa_{21})(x_1 - x_{1N}); \\ x_{10} < x_1 < d/2 : \Delta\sigma &= E_c(\kappa_{22} - \kappa_{21})(x_1 - x_{1N}). \end{aligned} \quad (6)$$

Интегрируя дополнительные напряжения (6) по сечению кольца, найдем их равнодействующую N . Для самоуравновешенности дополнительных напряжений $\Delta\sigma$ должно выполняться условие

$$N = \int_F \Delta\sigma dF = 0, \quad (7)$$

где F – площадь сечения кольца.

С учетом выражений (6), из уравнения (7) найдем координату нейтрального слоя x_{1N} :

$$x_{1N} = -x^3 E_1 \left\{ 6 \left[(x_{10} x + 2z^2 \arcsin x_{10}/z) E_1 + \pi z^2 E_2 \right] \right\}^{-1},$$

где $x = \sqrt{d^2 - 4x_{10}^2}$; $z = d/2$; $E_1 = E - E_c$; $E_2 = E + E_c$.

Момент от дополнительных напряжений $\Delta\sigma$ относительно нейтральной оси равен

$$M_2 = \int_F \Delta\sigma (x_1 - x_{1N}) dF. \quad (8)$$

Подставляя выражения (6) в формулу (8), получим

$$M_2 = E_{upl} J_2 (\kappa_{22} - \kappa_{21}), \quad (9)$$

где E_{upl} , J_2 – модуль упругости участка догрузки и момент инерции поперечного сечения кольца равные

$$E_{upl} = \frac{8E_1 a^3}{\pi d^4} \left[\frac{4}{3} x_{1N} - \frac{x_{10}}{2} - \frac{2}{3x_{1N}} \left(\frac{d^2}{14} + x_{1N}^2 \right) \right];$$

$$J_2 = \pi d^4 / 64. \quad (10)$$

От выражения для момента от дополнительных напряжений $\Delta\sigma$, полученного для кольца в [1, 3], соотношение (9) отличается тем, что вместо исходного модуля упругости E в него входит модуль участка догрузки – E_{upl} (10). То есть, для критического напряжения участка догрузки σ_{upl} можно использовать выражение работ [1, 3], заменив в нем E_{upl} на E :

$$\sigma_{upl} = E_{upl} \lambda_{upl}^{-2}, \quad (11)$$

где $\lambda_{upl} = l_{upl} / (\pi i)$; $i = J_2 / F$, l_{upl} – длина участка догрузки; i – радиус инерции поперечного сечения кольца.

На участках, где полуволны направлены внутрь, при выпучивании растянутые во время изготовления волокна сжимаются, сжатые – растягиваются. В пластической области сжатия на этих участках происходит разгрузка волокон. Такие участки названы участками разгрузки. На них процесс потери устойчивости согласно [3] следует характеризовать касательным модулем упругости E_t . Учитывая это и рассуждая аналогично предыдущему, придем к выводу, что для критического напряжения участка разгрузки σ_{dnl} справедливо выражение

$$\sigma_{dnl} = E_{dnl} \lambda_{dnl}^{-2}, \quad (12)$$

где $\lambda_{dnl} = l_{dnl} / (\pi i)$; E_{dnl} , l_{dnl} – модуль упругости и длина участка разгрузки ($E_{dnl} = E_t$).

Критические напряжения участков догрузки (11) и разгрузки (12) равны ($\sigma_{upl} = \sigma_{dnl}$), а сумма длин этих участков составляет длину волны деформации. Используя эти условия, для критического напряжения кольца при n -й форме потери устойчивости σ_n получим выражение

$$\sigma_n = E_{L1} \lambda_n^{-2}, \quad (13)$$

здесь $E_{L1} = (\sqrt{E_{upl}} + \sqrt{E_{dnl}})^2 / 4$; $\lambda_n = D / (2ni)$; n – число волн деформации в направлении окружности; E_{L1} – параметр, названный обобщенным модулем упругости плоских форм потери устойчивости кольца; λ_n – гибкость кольца при n -й форме потери устойчивости.

Выражение (13) не может быть использовано непосредственно для расчетов, так как входящий в него модуль E_{L1} зависит от напряжения σ_n . Уравнение (13) решается путем построения диаграммы «критическое напряжение – гибкость» ($\sigma_n - \lambda_n$) [3] для заданного значения геометрического параметра k на основе диаграммы $\sigma - \varepsilon$.

Рассмотрим радиальную устойчивость кольца прямоугольного сечения с закруглениями углов. В этом случае начальные и полные деформации и напряжения, а также координата границы между упругой и пластической областями определяются полученными выше выражениями. Однако при дальнейшем использовании предыдущего подхода получается большое количество вариантов решения, зависящих от положений границы между упругой и пластической областями, а также нейтрального слоя на участках догрузки. Это затрудняет практическую реализацию результатов. Более рационален следующий подход. Представим все деформации и напряжения в виде функций координаты x_1 .

Формула (1) в этом случае будет выглядеть так:

$$\varepsilon_b(x_1) = x_1 / R, \quad (14)$$

С учетом формулы (14) выражение для напряжения начального изгиба σ_b можно представить следующим образом:

$$\sigma_b(x_1) = \text{diag}(\varepsilon_b(x_1)), \quad (15)$$

где функция diag описывает диаграмму $\sigma - \varepsilon$ материала кольца.

Выражение для полной деформации ε примет вид

$$\varepsilon(x_1) = \varepsilon_b(x_1) + \varepsilon_{comp}, \quad (16)$$

Полные напряжения будут определяться следующим образом:

$$\sigma(x_1) = \begin{cases} \sigma_b(x_1) + E\varepsilon_{comp}, & -c \leq x_1 \leq x_{10} \\ \text{diag}(\varepsilon(x_1)), & x_{10} \leq x_1 \leq c \end{cases}, \quad (17)$$

где $c = b/2$; b – радиальный размер кольца.

Используя выражения (14) – (17), путем интегрирования полных напряжений $\sigma(x_1)$ по площади сечения кольца найдем их равнодействующую N

$$N = \int_{-\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{fh(x_1)} \sigma(x_1) dx_1 dx_2, \quad (18)$$

где $fh(x_1)$ – функция, описывающая границу сечения кольца.

Применяя такой же подход, из условия (7) будем иметь

$$x_{1N} = \int_{-\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{fh(x_1)} \text{Eim}(x_1) x_1 dx_1 dx_2 \left(\int_{-\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{fh(x_1)} \text{Eim}(x_1) dx_1 dx_2 \right)^{-1}, \quad (19)$$

где $\text{Eim}(x_1)$ – функция модуля упругости, характеризующего дополнительные деформации в сечении кольца, получаемая из соотношений (6):

$$\text{Eim}(x_1) = \begin{cases} E, & -c \leq x_1 \leq x_{10} \\ E_c, & x_{10} \leq x_1 \leq c \end{cases}$$

С учетом соотношения (8) и подхода, использованного при получении выражений (18) и (19), формулу для расчета модуля участка догрузки E_{upl} представим следующим образом:

$$E_{upl} = \frac{1}{J_2} \int_{-\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{b-fh(x_1)}{2}}^{fh(x_1)} \text{Eim}(x_1) \cdot (x_1 - x_{1N})^2 dx_1 dx_2, \quad (20)$$

где J_2 – момент инерции поперечного сечения кольца, равный

$$J_2 = \frac{2}{3} [hc^3 - 2r(c^3 - a^3) + 2(b-2r)r^3 + \frac{3\pi r^2}{8} (4a^2 + r^2)],$$

где $a = c - r$.

Выражения (18) – (20) реализуются численными методами интегрирования.

Дальнейшие действия такие же, как и для кольца круглого сечения. Модуль упругости участка разгрузки равен $E_{dnl} = E_c$. Для критического напряжения σ_n сохраняет справедливость уравнение (13), решаемое аналогично предыдущему.

Результаты

На основе полученных выражений было произведено численное моделирование с помощью ЭВМ для исследования влияния различных факторов на критические напряжения радиальной устойчивости проводников обмоток трансформаторов.

Зависимости $\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$ для проводников круглого сечения из алюминия ($E = 0.7 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{02} = 40$ МПа) представлены на рис. 2.

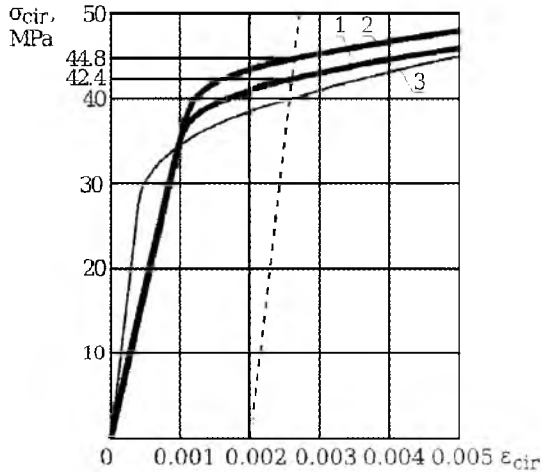


Рис. 2. Кривые «окружное напряжение – окружная деформация» /
Hoop stress v. hoop strain curves

Линии 1 и 2 получены при значениях $\kappa = 0.01; 0.04$ соответственно. Эти зависимости при малых окружных деформациях ($\varepsilon_{cir} < 0.001$) проходят ниже диаграммы $\sigma - \varepsilon$ для алюминия – линия 3. Таким образом, деформации изгиба, возникающие в процессе изготовления, приводят к уменьшению жесткости проводников при растяжении–сжатии до окружных деформаций определенного значения. И это уменьшение тем больше, чем больше начальные деформации изгиба. В дальнейшем ($\varepsilon_{cir} > 0.001$) при увеличении ε_{cir} картина меняется на обратную. Зависимости $\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$ проходят выше диаграммы $\sigma - \varepsilon$. Чем больше деформации изгиба, возникшие при намотке, тем выше расположены кривые $\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$, поскольку чем больше начальные пластические деформации, тем больше упрочнение проводников. Однако оно проявляется лишь при окружных деформациях ε_{cir} определенного уровня.

Окружное напряжение, которому соответствует остаточная деформация $\varepsilon_{cir} = 0.002$ (0.2%), в рассмотренных случаях ($\kappa = 0.01; 0.04$) увеличилось до 42.4 и 44.8 МПа, то есть на 6 и 12 % (рис. 2). Назовем это напряжением окружным пределом текучести и обозначим σ_{02cir} . В обмотках трансформаторов массовых серий σ_{02cir} может значительно превышать σ_{02} . Поэтому расчет прочности проводников таких обмоток следует вести по окружному пределу текучести σ_{02cir} . Это во многих случаях позволит избежать лишнего вложения проводниковых материалов. Расчет на жесткость проводников обмоток при растяжении–сжатии следует проводить на основе диаграмм $\sigma_{cir} - \varepsilon_{cir}$.

Графики, представленные на рис. 2, показывают, что проводники обмоток (рассматриваемые кольца)

вследствие начальных деформаций изгиба не подчиняются закону Гука. Поэтому для их расчета не применимы формулы механики деформируемого твердого тела, полученные с применением этого закона.

На рис. 3 линии 1 и 2 представляют диаграммы $\sigma_n - \lambda_n$, полученные при тех же условиях, что и зависимости, показанные на рис. 2.

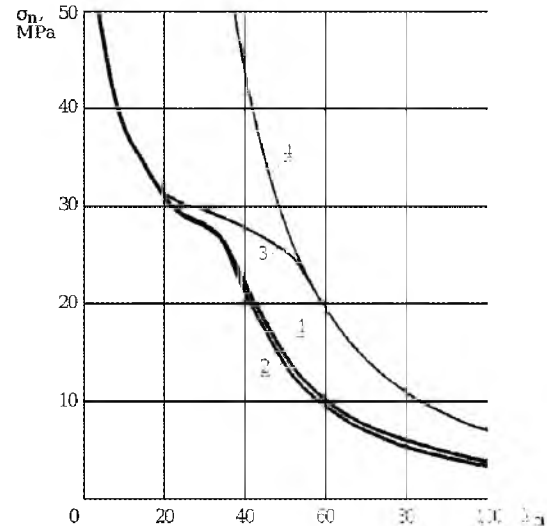


Рис. 3. Кривые «критическое напряжение – гибкость» /
Critical stress v. slenderness ratio curves

Цифрой 4 обозначена гипербола Эйлера – Тимошенко, рассчитанная по модулю упругости алюминия $E = 0.7 \cdot 10^5$ МПа. Линия 3 соответствует концепции Шенли, согласно которой проводники при потере устойчивости характеризуются касательным модулем упругости E_t [3]. В рассматриваемых обмотках при отсутствии радиальных опор происходит свободное выпучивание – $n=2$. Если обмотки опираются на стержень магнитной системы через специальные рейки, то $n = n_{st}/2$ (n_{st} – число реек-опор). При таких условиях значения гибкости проводников попадают на отрезок $20 \leq \lambda_n \leq 80$. Как видно из рис. 3, методы расчета, не учитывающие начальные деформации изгиба, (линии 3, 4) могут давать очень завышенные критические напряжения σ_n , что при их использовании приведет к потере радиальной устойчивости проводников обмоток.

На рис. 4 показаны зависимости критического напряжения σ_n от диаметра проводников d для обмоток со средним диаметром $D = 250$ mm при свободном выпучивании ($n=2$) и в случае наличия восьми реек-опор ($n=4$).

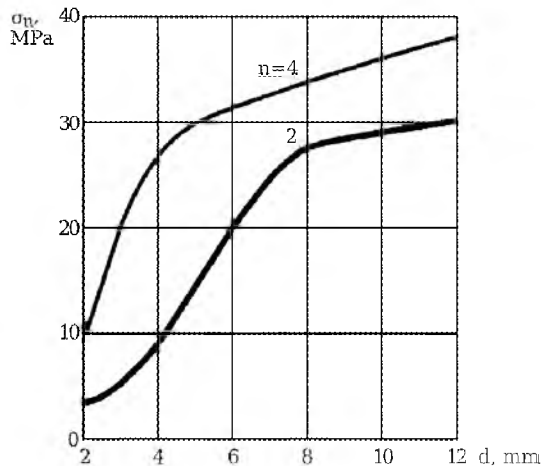


Рис. 4. Влияние диаметра проводника на критические напряжения радиальной устойчивости / Influence of conductor diameter upon critical stresses of radial stability

Увеличение диаметра проводников d в рассмотренных случаях приводит к увеличению критического напряжения σ_n . Однако это увеличение замедляется по мере приближения напряжения σ_n к условному пределу текучести материала проводников σ_{02} .

Зависимости критического напряжения σ_n от среднего диаметра обмотки σ_n показаны на рис. 5. Линия 1 получена при постоянном числе волн деформации $n=4$, линия 2 – при постоянной длине волны деформации.

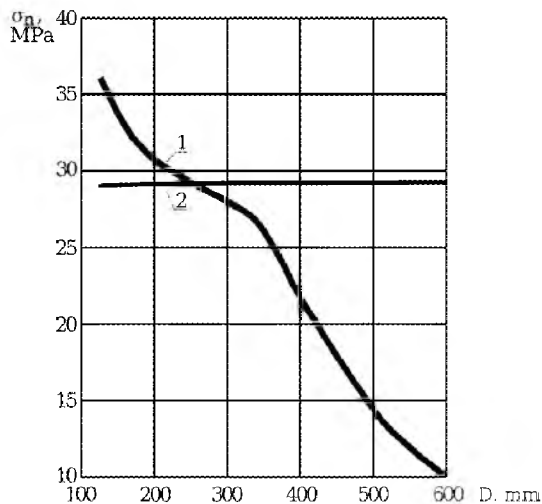


Рис. 5. Влияние диаметра обмотки на критические напряжения радиальной устойчивости / Influence of winding diameter upon critical stresses of radial stability

В первом случае увеличение D приводит к уменьшению σ_n , во втором – к его увеличению. Эффект увеличения напряжения σ_n при увеличении среднего диаметра D был обнаружен

экспериментально при испытаниях моделей обмоток трансформаторов [4] и долго не имел объяснения. Учет деформаций изгиба, возникающих при намотке, позволил объяснить этот эффект [12]. При увеличении диаметра D уменьшаются начальные деформации изгиба, следовательно, и области сечений проводников, охваченные пластическими деформациями. Это приводит к увеличению обобщенного модуля упругости E_{L1} , что и дает увеличение критического напряжения σ_n . Аналогичный эффект имеет место при упрочнении проводников – повышении условного предела текучести их материала – σ_{02} .

Также были построены диаграммы $\sigma_n - \lambda_n$ для проводников прямоугольного сечения с закруглениями углов и без закруглений. Различия между первыми и вторыми диаграммами оказались незначительными. Следовательно, закругления углов сечений проводников не оказывают существенного влияния на устойчивость обмоток при действии радиальных сил. Это позволяет проводить расчеты обмоток с проводниками прямоугольного сечения без учета закруглений углов [12].

Результаты расчетов подтвердили, что метод определения критических напряжений проводников прямоугольного сечения с закруглениями углов позволяет также рассчитывать обмотки с проводниками круглого сечения. Фактически этот метод распространяется на обмотки со всеми формами сечений проводников, применяемых в современном трансформаторостроении. С помощью этого метода были определены критические напряжения обмоток с проводниками из меди, потерявших устойчивость при действии радиальных электромагнитных сил короткого замыкания. Результаты расчетов и испытаний приведены в таблице, где σ_{cr} , σ_{cre} – расчетное и опытное критическое напряжение радиальной устойчивости ($\sigma_{cr} = \sigma_n$). Сравнение этих напряжений показывает, что разработанный метод дает достаточную для практического использования точность и достоверность результатов.

Научная новизна и практическая значимость

Определены критические напряжения гибких круговых колец круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечений при наличии начальных изгибных пластических деформаций изгиба, возникших при изготовлении. Полученные результаты используются для расчета проводников обмоток трансформаторов на устойчивость при действии радиальных электромагнитных сил короткого замыкания.

**Критические напряжения радиальной устойчивости/
Critical stresses of radial stability**

b , mm	h , mm	r , mm	D , mm	λ_n	σ_{cr} , МПа	σ_{cre} , МПа
3.05	7.40	0.80	1270	36	44	43
				18	77	73
1335	19		65	59.4		
1672	21		73	70		
1056	47		30	33.1		
1.60	8.00		0.50	1070	48	30
1.95	5.90	0.65	1782	16	81	83
			1350	30	58	58
			1632	30	60	56
				35	51	51
			1505	28	60	51.5
			1502	33	50	44
				63	17	15
				33	52	50
33	63	60				
2.24	8.00		1224	26	63	50.2
	7.5		1332	57	23	22.3
	8.60		1335	57	20	20.1
		875		31	45	44
			31	86	83	

Выводы

1. С учетом пластических деформаций изгиба, возникших при изготовлении, разработан метод расчета критических напряжений радиальной устойчивости гибких круговых колец круглого и прямоугольного с закруглениями углов сечений при действии радиальных сжимающих сил.

2. На примерах расчетов проводников обмоток трансформаторов показано, что из-за начальных пластических деформаций изгиба рассмотренные кольца не следуют закону Гука и к ним не

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н. А. Алфутов – М. : Машиностроение, 1978. – 312 с.

Alfutov N. A. Osnovy rascheta na ustoychivost uprugikh sistem [Basics of stability analysis of elastic systems], Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1978. 312 p.

2. Антонов М. В. Технология производства электрических машин / М. В. Антонов, Л. С. Герасимова. – М. : Энергоиздат, 1982. – 512 с.

Antonov M. V. Tekhnologiya proizvodstva elektricheskikh mashin [Technology of fabrication of electric machines], Moscow, Energoizdat Publ., 1982. 512 p.

3. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир – М. : Наука, 1967. – 984 с.

Volmir A. S. Ustoychivost deformiruyemykh sistem [Stability of deformable systems], Moscow, Nauka Publ., 1967, 984 p.

применимы формулы механики деформируемого твердого тела, полученные с использованием этого закона. Начальные пластические деформации изгиба приводят к значительному уменьшению критических напряжений радиальной устойчивости колец. Без их учета выполнять практические расчеты не допустимо.

3. Сравнение результатов расчетов и испытаний обмоток на устойчивость к действию радиальных сжимающих сил показало, что разработанный метод обеспечивает достаточную для практических расчетов точность и достоверность результатов.

4. Зенова В. П., Стойкость сжимаемых обмоток трансформаторов при действии радиальных усилий короткого замыкания / В. П. Зенова, С. И. Лурье, Л. И. Мильман // Электротехника. – 1975. – №4. – С. 39 – 43.

Zenova V. P., Lurye S. I. Stoikost szhimayemykh obmotok transformatorov pri deystvii radialnykh usilii korotkogo zamykaniya [Stability of compressed transformer windings under the action of radial internal forces of short circuit], Elektrotehnika [Electric engineering], 1975, No. 4, pp. 39 – 43.

5. Кантор Б. Я. Об устойчивости упруго-пластического гибкого кольца на упругих опорах под действием нестационарного давления / Б. Я. Кантор, Л. В. Науменко // Расчет напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек. – Саратов : Изд-во Саратовского ун-та. – 1981. – С. 33 – 35.

Kantor B. YA., Naumenko L. V. Ob ustoychivosti uprugo-plasticheskogo gibkogo koltsa na uprugikh oporakh pod deystviyem nestatsionarnogo davleniya [On stability of elastoplastic flexible ring on elastic supports

under the action of non-stationary pressure], Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya plastin i obolochek [Analysis of stress-strain state of plates and shells], Saratov university press, Saratov, 1981, pp. 33 – 35.

6. Кантор Б. Я. Динамика несовершенных гибких колец на упругих опорах, нагруженных аperiодическим давлением / Б. Я. Кантор, Л. В. Науменко // Пробл. машиностроения. – 1982. – Вып. 17. – С. 39 – 44.

Kantor B. YA., Naumenko L. V. Dinamika nesovershennykh gibkikh kolets na uprugikh oporakh, nagruzhennykh aperiодическим davelniyem [Dynamics of imperfect flexible rings upon elastic supports loaded by aperiодic pressure], Problemy mashinostroyeniya [Mechanical engineering problems], 1982, issue No. 17, pp. 39 – 44.

7. Корбут Б. А. Собственные колебания кольца на упругих опорах / Б. А. Корбут, Л. В. Науменко // Динамика и прочность машин. – 1977. – Вып. 26. – С. 44 – 48.

Korbut B. A., Naumenko L. V. Sobstvennyye kolebaniya koltsa na uprugikh oporakh [Natural vibrations of the ring upon elastic supports], Dinamika i prochnost mashin [Dynamics and strength of machines], 1977, issue No. 26, pp. 44 – 48.

8. Корбут Б. А. Радиальная устойчивость сжимаемых обмоток трансформаторов при работе за пределом упругости / Б. А. Корбут, В. И. Лазарев // Электротехника. – 1979. – №1. – С. 20 – 22.

Korbut B. A., Lazarev V. I., Radialnaya ustoychivost szhimayemykh obmotok transformatorov pri rabote za predelom uprugosti [Radial stability of compressed transformer windings in operation beyond the limit of elasticity], Elektrotehnika [Electric engineering], 1979, No. 1, pp. 20 – 22.

9. Лазарев В. И. Уравнения колебаний круговых колец / В. И. Лазарев, В. Е. Рушак // Пробл. прочности. – 1982. – №12 – С. 86 – 88.

Lazarev V. I., Rushchak V. YE. Uravneniya kolebaniy krugovykh kolets [Equations of vibrations of circular rings], Problemy prochnosti [Strength of materials], 1982, No. 12, pp. 86 – 88.

10. Лазарев В. И. Динамическая устойчивость гибкого кольца с сосредоточенными массами при

аperiодическом нагружении / В. И. Лазарев, В. Е. Рушак // Пробл. прочности. – 1986. – №10. – С.104 – 108.

Lazarev V. I., Rushchak V. YE. Dinamicheskaya ustoychivost gibkogo koltsa s sosredotochennymi massami pri aperiодическом nagruzhenii [Dynamic stability of flexible ring with concentrated masses under aperiодic loading], Problemy prochnosti [Strength of materials], 1986, No. 10, pp.104 – 108.

11. Лазарев В. И. Устойчивость кольца на опорах с сухим трением при динамическом нагружении / В. И. Лазарев, В. Е. Рушак // Динамика и прочность машин. – 1986. – Вып. 43. – С. 108 – 112.

Lazarev V. I., Rushchak V. YE., Ustoychivost koltsa na oporakh s sukhim treniyem pri dinamicheskom nagruzhenii [Stability of ring upon supports with dry friction under dynamic loading], Dinamika i prochnost mashin [Dynamics and strength of machines], issue No. 43, 1986, pp.108 – 112.

12. Лазарев В. И. Радиальная устойчивость обмоток трансформаторов при коротких замыканиях / В. И. Лазарев, В. Е. Рушак, М. В. Сорока // Техническая электродинамика. – 1991. – №1. – С. 78 – 84.

Lazarev V. I., Rushchak V. YE., Soroka M. V. Radialnaya ustoychivost obmotok transformatorov pri korotkikh замыkaniyakh [Radial stability of transformer windings under short circuit], Tekhnicheskaya elektrodinamika [Technical electrodynamics], No. 1, 1991, pp. 78 – 84.

13. Науменко Л. В. Об устойчивости упруго-пластического гибкого кольца на упругих опорах под действием нестационарного давления / Л. В. Науменко // Пробл. машиностроения. – 1982. – Вып. 16. – С. 34 – 40.

Naumenko L. V. Ob ustoychivosti uprugoplasticheskogo gibkogo koltsa na uprugikh oporakh pod deystviyem nestatsionarnogo davleniya [On stability of elastoplastic flexible ring on elastic supports under the action of non-stationary pressure], Problemy mashinostroyeniya [Mechanical engineering problems], issue No. 16, 1982, pp.34 – 40.

Статья рекомендована к публикации д-ром.физ.-мат.наук, проф. В. И. Пожуевым (Украина); д-ром.техн.наук, проф. В. З. Грицаком (Украина)

Поступила в редколлегию 21.01.2015

Принята к печати 24.03.2015