УДК 624

РОЗРАХУНОК СТАЛЕВИХ БАЛОК З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ТРИЛІНІЙНІЙ АПРОКСИМАЦІЇ ДІАГРАМИ РОЗТЯГУ СТАЛІ

Білик С.І., д.т.н., Балакіна С.В., асистент, Ковтун-Горбачева Т.А.* к.т.н., Зезюков Д.М.* к.т.н., Нагорна Т.Ф.* к.т.н., Зінкевич О.Г.* к.т.н.

Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

**ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»*

Актуальність. Несуча спроможність сталевих конструкцій залежить від фізико-математичної моделі розвитку обмежених пластичних деформацій. В нормативних документах [1] для розрахунку балкових сталевих елементів прийнята білінійна діаграма розтягу сталі (діаграма Прандтля). Таким чином, несуча спроможність з урахуванням розвитку малих пластичних деформацій залежить від граничного значення відносного видовження .

Відомі дослідження [1-14] створили наукову теорію розрахунку сталевих конструкцій з урахуванням малих пластичних деформацій. Автором проведені нові наукові дослідження з впливу розвитку обмежених пластичних деформацій і залишкових напружень на напружено-деформований стан різних ефективних профілів [1-4]. В статтях [5,6,14] встановлені закономірності апроксимації уніфікованої діаграми розтягу сталі.

В цій статті пропонується теоретичний підхід з визначення впливу на несучу спроможність сталевих балкових конструкцій трилінійної діаграми розтягу сталі при врахуванні обмежених пластичних деформацій. Такі дослідження є важливими. Результати аналітичних вишукувань відкрили вплив збільшення граничного значення розвитку пластичних деформацій на несучу спроможність сталевих балок .

Важливість досліджень обмовлена також переходом на європейські стандарти в проектуванні, а також можливістю удосконалити фізико-математичну модель для розрахунку балкових сталевих конструкцій за теорією малих пластичних деформацій.

Для досліджень розглянута сталева балка прямокутного перерізу. Прийнята гіпотеза плоских перерізів. Таким чином, залежність розвитку деформацій впродовж висоти перерізу є лінійною

$$\varepsilon_i = \frac{y}{\rho} \qquad (1)$$

де p – радіус кривини балки, y – поточна координата перерізу. Згинальний момент буде дорівнювати сумі моментів, які сприймають різні частини перерізу.

$$M_x = 2b\int_0^{y_e} \sigma y dA\rho + 2b\int_{y_e}^{y_y} \sigma y dA + 2b\int_{y_y}^{y_t} \sigma y dA \qquad (2.)$$

Прийнята трилінійна апроксимація діаграми розтягу сталі дає, що по висоті перерізу є три ділянки розвитку деформацій з різним модулем деформацій. На першій ділянці розвиваються пружні деформації від центру перерізу. Залежність між напруженнями і деформаціями є лінійною.

$$\sigma_{ie} = \varepsilon_i E = E\frac{y_i}{\rho} \qquad (3,\ a)$$

На другій ділянці розвиваються пружно-пластичні деформації. (3, b). На третій ділянці по висоті перерізу розвиваються пластичні деформації (3,c). Для цих ділянок перерізу збільшення напружень в залежності від пружно-пластичних і пластичних деформацій прийнята також лінійною.

$$\sigma_{iet} = \varepsilon_i E_t = E_t\frac{y_i}{\rho} \qquad (3,\ b)$$

$$\sigma_{it} = \varepsilon_i E_m = E_m\frac{y_i}{\rho} \qquad (3,\ c)$$

Трилінійна апроксимацію діаграми розтягу сталі (3), дає аналітичну залежність згинального моменту від значень двох модулів деформацій:

$$M_x = \frac{2b}{\rho}E\int_0^{y_e} y_i^2 dy + \frac{2b}{\rho}E_y\int_{y_e}^{y_y} y_i^2 dy + 2b\sigma_y\int_{y_y}^{y_m} y_i dy$$

$$M_x = \frac{2by_e^3}{3}\frac{E}{\rho} + \frac{2b}{3}\frac{E_y}{\rho}\left(y_y^3 - y_e^3\right) + b\sigma_y\left(y_m^2 - y_y^2\right) \qquad (4)$$

Вірними є рівняння (5).

$$\sigma_e = \varepsilon_e E = E\frac{y_e}{\rho} \rightarrow \varepsilon_e\rho = y_e \qquad (5,\ a)$$

$$\sigma_{iey} = \varepsilon_y E_y = E_y\frac{y_y}{\rho} \qquad (5,\ b)$$

$$\rho_{m} = y_m = \frac{h_0}{2} \quad \rho = \frac{h_0}{2\varepsilon_m} \qquad (5,\ c)$$

Заміна у відношенні (4) через (5) миттєво приводить до рівняння розвитку обмежених пластичних деформацій за трилінійною діаграмою розтягу сталі.

$$M_x = \frac{2b}{3}\varepsilon_e^3\rho^2(E - E_{ey}) + b\rho^2\varepsilon_y^2(2E_{ey}\varepsilon_y / 3 - \sigma_y) + b\sigma_y\rho^2\varepsilon_{tm}^2 \tag{6}$$

Значення кривини балки буде при розвитку обмежених пластичних деформацій за трилінійною апроксимацією діаграми розтягу сталі:

$$\rho^2 = \frac{M_x}{b[2\varepsilon_e^3(E - E_{ey})/3 + \varepsilon_y^2(2E_{ey}\varepsilon_y / 3 - \sigma_y) + \sigma_y\varepsilon_{tm}^2]} \tag{7}$$

Об'єднання рівнянь (5) і (6) дає відносне значення згинального моменту.

$$\frac{4M_x}{bh_0^2\sigma_y} = \left[\frac{2}{3}\frac{\varepsilon_e^3}{\varepsilon_{tm}^2}\frac{(E - E_{ey})}{\sigma_y} + \frac{\varepsilon_y^2}{\varepsilon_{tm}^2}(\frac{2E_{ey}\varepsilon_y}{3\sigma_y} - 1) + 1\right] \tag{8}$$

Відносне значення згинального моменту балки залежить від пружних і пластичних деформацій, а також від пружно-пластичного модуля деформацій сталі.

Остання формула (8) для обчислення максимального згинального моменту відкрила можливість визначити максимальну несучу спроможність балкового сталевого елемента в залежності від трилінійної діаграми розтягу сталі та обраних значень обмежених пластичних деформацій.

Від рівняння (8) є можливість перейти до коефіцієнта відношення пластичного моменту опору перерізу до пружного моменту опору площі перерізу.

$$\frac{4M_x}{b h_0^2\sigma_y} = \frac{2E\varepsilon_e}{3\sigma_y}\left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{tm}}\right)^2\left(1 - \frac{E_{ey}}{E}\right) + \left(\frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_{tm}}\right)^2\left[\frac{2}{3}\frac{E_{ey}\,\varepsilon_{ey}}{\sigma_y} - 1\right] + 1 \tag{9}$$

Числовий приклад. Прийнято, що границя пружних напружень є на 30% менше міцності сталі:

σ_y=240 МПа, ε_y=0,002+σ_y /E=0,002+0,001165=0,00316,

$\varepsilon_{\text{уп}}$=240/206000=0,001165, $\varepsilon_{\text{е}}$= 0,7x0,001165=0,0008155, $\varepsilon_{\text{е}}$/ $\varepsilon_{\text{уп}}$ = 0,7;

В таблиці 1 показано, що за умови збільшення пластичних деформацій з =0,0014 до =0,0037 значення пластичного опору перерізу збільшується, але не перевищує значення, коли виникає шарнір пластичності.

Уточнення розрахункової моделі розвитку пластичних деформацій веде до уточнення граничних значень пластичних деформацій і до уточнення переміщень балок при розвитку обмежених пластичних деформацій.

Проведені дослідження відкрили можливість уточнити несучу спроможність будь-якого балкового сталевого елемента з нелінійною діаграмою розтягу матеріалу. Також в таблиці 1 показано, що розрахунок за урахуванням діаграми Прандтля є тотожнім розрахунку міцності балки з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій при =0,0017. В Європейський нормах це значення встановлено 0,002. Також показано, що умова утворення повного шарніра пластичності відповідає граничному значенню пластичних деформацій =0,00365.

Таблиця 1

Порівняння несучої спроможність прямокутного перерізу за умови розвитку обмежених пластичних деформацій з урахуванням трилінійної діаграми розтягу сталі

ε_{tm}	Обмежені пластичні деформації		$\frac{E_y}{E}$
	$\frac{M_x}{b_0^2\sigma_y}$	$\frac{W_{xpl}}{W_x}$	
0,001425	0,16673	1,000381	0,3823
0,00165	0,190128	1,140767	0,27922
0,001875	0,207217	1,243303	0,21992
0,0021	0,21945	1,316698	0,1814
0,002325	0,228293	1,369759	0,15436
0,00255	0,234789	1,408734	0,13434
0,002775	0,239638	1,437827	0,11891
0,003	0,24331	1,45986	0,10667
0,003165	0,245445	1,472672	0,09917
0,0032	0,245848	1,475091	0,09772
0,0033	0,246916	1,481497	0,09379
0,0034	0,247871	1,487228	0,09016
0,0035	0,248727	1,492363	0,0868
0,0036	0,249495	1,496971	0,08368
0,00365	0,249849 (шарнір пластичності)	1,499097	0,0822

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавриненко Л.І., Бєлов І.Д., Володимирський В.О., Металеві конструкції. Загальний курс. – К.:Видавництво «Сталь»,2010.-869 с.
2. Білик С.І., Усенко М.В., Про стійкість центрально-стиснутого гнутого швеллера з урахуванням розвитку пластичних деформацій. // Зб. наук. пр. Вип. 21. – Рівне. МОН України, НУВГП, 2011. – С. 136–143.
3. Білик С.І. Білик А.С., Усенко М..В., Апроксимація діаграми розтягу сталі степеневою функцією. // Современные строительные конструкции из металла и древесины// Сборник научных трудов №15, часть3.-Одеса. МОН України, ОДАБУ,2011.-С.3-9.
4. Константинов А.Ю. Експериментально-расчетная схема определения параметров разрушения для металлов и сплавов. // Вестник молодых ученых «Ломоносов». Вып.III. М.: Макс Пресс, 2007, - с. 228-232
5. Цурков И.С. Решение двух замечательных задач. М. – МИСИ,1991- 12 с.
6. Рудых О.Л. Практические вопросы аппроксимации експериментальных кривых степенными и дробно-линейными функциями. // Вестник ТГАСУ. Хабаровск, 2010,№1 - с. 110-122.
7. Илюшин А.А. Пластичность. Гостехиздат,1948.
8. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высш. шк., 1968. – 512 с.
9. Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. – М.: Госиздат физ-мат литературы, 1959. – 544 с.
10. Белый Г.И. К деформационному расчёту упруго-пластических тонкостенных стержней. – Известия вузов. Строительство и архитектура, 1984, №9, с. 24-27.
11. Шебанін В.С., Хилько І.І. Аналітичні залежності розрахунку прогинів стержнів при складному опорі за межею пружності. Металеві конструкції. – 2003, Т.6.№1 – С.31-33.
12. Шимановский А.В. Некоторые вопросы устойчивости плоской формы деформирования нитей конечной жесткости за пределами упругости // Проблемы прочности. – 1992. – № 4. – С. 43-49.
13. Стрелецкий Н.Н., Бельский Г.Е., Любаров Б.И., Чернов А.Л. Расчет элементов стальных конструкций по критерию предельных пластических деформаций. – Промышленное строительство, 1978, №6, с. 7-11.
14. Чувикин Г.М. Об устойчивости за пределом упругости внецентренно-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля. – В кн.: Исследования по стальным конструкциям. – М.: Госстройиздат, 1982, с. 70-159.