УДК 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УЧЕБНОЙ НАГРУЗКИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ КАФЕДРЫ

КОСОЛАП А. И. [1*], *д. физ-мат. н., проф.,*
ДУБОВИК Т.Н. [2*], *аспирант*

[1*] Кафедра специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», ул. Набережная Победы, 40, 49005, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707.
[2*] Кафедра специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», ул. Набережная Победы, 40, 49005, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: tanya-dubovik@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-2359-2569.

Аннотация. ***Цель.*** В работе рассматриваются система распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры. Для обеспечения качества образования, такая задача должна решаться оптимальным образом. Целью работы является разработка новой оптимизационной модели данной задачи. Эта модель является более простой, чем существующие и адекватно отражает процесс распределения учебной нагрузки. Полученная математическая модель является линейной с булевыми переменными. ***Методика.*** В работе предлагается преобразовывать рассмотренную модель с помощью точной квадратичной регуляризации к максимизации евклидовой нормы вектора на выпуклом множестве. Для решения преобразованной задачи используется эффективный прямо-двойственный метод внутренней точки. ***Результаты.*** Предложена новая методика для решения задач распределения нагрузки преподавателей кафедры на основе построения оптимизационной модели и использования эффективного метода точной квадратичной регуляризации. Эта методика реализована в виде соответствующего программного обеспечения. ***Научная новизна.*** Разработана новая методология решений сложных оптимизационных задач, которые возникают при моделировании и оптимизации задач распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры. ***Практическая значимость.*** Рассмотренная методика решения сложных задач оптимизации реализована в виде программного обеспечения. Сравнительные эксперименты подтверждают эффективность данной методики при решении задач распределения нагрузки преподавателей кафедры.

Ключевые слова: учебная нагрузка, булевая оптимизация, многоэкстремальные задачи, точная квадратичная регуляризация, прямо-двойственный метод внутренней точки.

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ НАВЧАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ВИКЛАДАЧІВ КАФЕДРИ

КОСОЛАП А. І. [1*], *д. фіз-мат. н., проф.,*
ДУБОВИК Т. М. [2*], *аспірант*

[1*] Кафедра спеціалізованих компютерних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет», вул. Набережна Перемоги, 40, 49005, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707.
[2*] Кафедра спеціалізованих компютерних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет», вул. Набережна Перемоги, 40, 49005, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: tanya-dubovik@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-2359-2569.

Анотація. ***Мета.*** В роботі розглядаються система розподілу навчального навантаження між викладачами кафедри. Для забезпечення якості освіти, таке завдання повинно вирішуватися оптимальним чином. Метою роботи є розробка нової оптимізаційної моделі даної задачі. Ця модель є більш простою, ніж існуючі і адекватно відображає процес розподілу навчального навантаження. Отримана математична модель є лінійною з булевими змінними. ***Методика.*** У роботі пропонується перетворювати розглянуту модель за допомогою точної квадратичної регуляризації до максимізації евклідової норми вектора на опуклій множині. Для розв’язування перетвореної задачі використовується ефективний прямо-двоїстий метод внутрішньої точки. ***Результати***. Запропоновано нову методику для вирішення задач розподілу навчального навантаження викладачів кафедри на основі побудови оптимізаційної моделі і використання ефективного методу точної квадратичної регуляризації. Ця методика реалізована у вигляді відповідного програмного забезпечення. ***Наукова новизна.*** Розроблено нову методологію розв’язування складних оптимізаційних задач, які виникають при моделюванні та оптимізації задач розподілу навчального навантаження між викладачами кафедри. ***Практична значимість***. Розглянута методика розв’язування складних задач оптимізації реалізована у вигляді програмного забезпечення. Порівняльні експерименти підтверджують ефективність даної методики при розв’язуванні задач розподілу навантаження викладачів кафедри.

*Ключові слова***:** навчальне навантаження, булева оптимізація, багатоекстремальні задачі, точна квадратична регуляризація, прямо-двоїстий метод внутрішньої точки.

OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION OF EDUCATIONAL LOADS OF TEACHERS OF CHAIR

KOSOLAP A. I. [1*] , *Dr. Sc. (Phys.-Math.), Prof.*
DUBOVIK T. N. [2*] , *PhD student*

[1*] Department of specialized computer systems, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", 40, Naberezhna Peremogy str., Dnipropetrovsk 49005, Ukraine, tel. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707
[2*] Department of specialized computer systems, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", 40, Naberezhna Peremogy str., Dnipropetrovsk 49005, Ukraine, tel. +38 (0562) 7535726, e-mail: tanya-dubovik@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-2359-2569.

Abstract. ***Purpose.*** In the work the system of distribution of educational load among teachers of the department is considered. To ensure the quality of education, this task should be solved in an optimal way. The aim of the work is to develop a new optimization model for this task. This model is simpler than existing ones and adequately reflects the process of distribution of the training load. The resulting mathematical model is linear with Boolean variables. ***Methodology.*** In this paper, we propose to transform the model considered by means of exact quadratic regularization to the maximization of the Euclidean norm of a vector on a convex set. To solve the transformed problem, an effective direct-dual method of the interior point is used. ***Findings.*** A new technique is proposed for solving the load distribution problems of the teachers of the department on the basis of constructing an optimization model and using the effective method of exact quadratic regularization. This technique is implemented in the form of the corresponding software. ***Originality.*** A new methodology for solving complex optimization problems that arise in the process of modeling and optimizing the tasks of distribution of the teaching load among the teachers of the department is developed. ***Practical value.*** The considered methodology for solving complex optimization problems is implemented in the form of software. Comparative experiments confirm the effectiveness of this technique in solving the tasks of distributing the load of teachers of the department.

Keywords: training load, Boolean optimization, multi-extremal problems, exact quadratic regularization, primer-dual interior point method.

Постановка проблемы

Одной из наиболее трудоемких работ в учебном процессе является распределение учебной нагрузки преподавателей. Такой расчет производится ежегодно несколько раз после определения учебной нагрузки кафедры. Существует много работ посвященных этой теме, которые содержат математические или информационные модели, иногда с реализованным программным обеспечением [2-4]. Большинство математических моделей являются довольно громоздкими, содержат многоиндексные переменные и большое число ограничений [4]. Такие модели трудно реализуемые, так как слишком сложны в вычислительном плане. Задача авторов заключалась в построении более простой модели, которая бы содержала все необходимое для распределения учебной нагрузки преподавателей.

Исходными данными для расчета нагрузки является объем учебной работы кафедры, который по каждому предмету содержит рассчитанное количество часов. Это число часов включает лекции, лабораторные работы, экзамены или зачеты, курсовые работы и другие виды учебной нагрузки преподавателей. Отдельно рассчитывается нагрузка за руководство дипломными работами и аспирантами. Для обеспечения качества образования необходимо, чтобы каждый преподаватель вел тот предмет, который он лучше знает. Это определяется посредством рейтинговых оценок. При оптимальном распределении учебной нагрузки, суммарный рейтинг кафедры должен быть максимальным.

Анализ последних достижений

Учебная нагрузка преподавателей рассчитывается ежегодно по несколько раз на каждой кафедре университетов. Это достаточно трудоемкий процесс. Поэтому предпринимаются многочисленные попытки переложить это распределение на компьютер. Для оптимального распределения нагрузки необходимо построить математическую модель. Такие модели построены в работах [2-4]. Они характеризуются сложной структурой ограничений, а переменные содержат три и больше индексов. Программная реализация таких моделей является достаточно сложной. В некоторых работах предпочтения отдается информационным моделям. Оптимальность таких моделей трудно установить.

Цель

Разработать новую методику оптимального распределения учебной нагрузки преподавателей кафедр университетов. В данной работе построена новая математическая модель распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры. Полученная модель преобразована с помощью точной квадратичной регуляризации к более простой задаче максимума нормы вектора на выпуклом множестве, которая реализована в виде программного обеспечения.

Постановка задачи и ее решение

Рассмотрим следующую математическую модель распределения нагрузки преподавателей. Пусть a_{ij} – рейтинговая оценка j-го преподавателя по i-му предмету, p_i – количество лекционных часов по i-му предмету, q_i – количество лабораторных (практических) работ по i-му предмету соответственно для первой и второй подгруппы, если такое деление предусмотрено. На кафедре работают n преподавателей, которые преподают m предметов. Известно также количество дипломников d и нагрузка на одного дипломника h. Состав преподавателей кафедры включает D профессоров и доцентов, P старших преподавателей и A – ассистентов. Профессора и доценты ведут лекции и могут вести лабораторные и практические занятия по своим курсам, а также осуществляют руководство дипломными работами. Старшие преподаватели также могут вести лекции, а лабораторные и практические работы вести также после профессоров и доцентов. Ассистенты ведут только лабораторные и практические занятия. Известна годовая учебная нагрузка преподавателя, работающего на полную ставку. Она составляет 600 часов. Каждый преподаватель читает не более s различных лекций и не более r различных лабораторных или практических работ. Обычно $s \le 4$ и $r \le 8$. Кроме того, количество дипломников у каждого преподавателя должно быть не больше 5. Для построения математической модели введем следующие переменные

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } j\text{-й преподаватель читает} \\ \text{лекцию по } i\text{-му предмету} \\ 0, \quad \text{в противном случае} \end{cases}.$$

и

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } j\text{-й преподаватель ведет} \\ \text{лабораторную по } i\text{-му предмету.} \\ 0, \quad \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Кроме того, y_j – количество дипломников у j-го преподавателя. При этих условиях целевой функцией задачи распределения нагрузки будет максимум суммарного рейтинга кафедры

$$\max\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_{ij}+z_{ij})\} \tag{1}$$

при условии, что нагрузка профессоров и доцентов не больше заданной

$$\sum_{i=1}^{m} p_i x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} q_i z_{ij} + h y_j \le 600,\ j \in D, \tag{2}$$

нагрузка старших преподавателей

$$\sum_{i=1}^{m} p_i x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} q_i z_{ij} \le 600,\ j \in P, \tag{3}$$

а для ассистентов

$$\sum_{i=1}^{m} q_i z_{ij} \le 600,\ j \in A. \tag{4}$$

Далее необходимо учесть, что профессоры и доценты могут вести лабораторные работы только по своим предметам. Это условие запишем в виде

$$x_{ij} \ge z_{ij},\ i = 1,..m,\ j \in D. \tag{5}$$

Ограничения на максимальное количество различных предметов, которые ведет преподаватель, запишем в виде

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le s,\ j \in D \cup P, \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le 0,\ j \in A. \tag{6}$$

Вторая сумма означает, что ассистенты не ведут лекции. Аналогичные ограничения на количество проводимых лабораторных или практических работ

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ij} \le r,\ j = 1,..., n. \tag{7}$$

Естественно, что каждый предмет должен читаться и только одним преподавателем. Соответствующие ограничения выглядят так

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1,..., m, \\ &\sum_{j=1}^{n} z_{ij} = 1,\ j \in M_1, \\ &\sum_{j=1}^{n} z_{ij} = 2,\ j \in M_2, \end{aligned} \tag{8}$$

где M_1 – предметы с одной подгруппой и M_2 – предметы с двумя подгруппами по лабораторным работам ($m = M_1 \cup M_2$). Наконец, суммарное число дипломников ограничено

$$\sum_{j \in D} y_j \le d. \tag{9}$$

Построенная модель содержит $2nm$ булевых переменных и D – целочисленных переменных. Целевая функция и все ограничения линейные. Для средней кафедры с 12-тью преподавателями и 50-тью предметами получаем 600 булевых переменных. Решение такой задачи методом ветвей и границ или другим методом целочисленной оптимизации является проблемным. В тоже время решение задачи такой размерности для непрерывных переменных не является сложным. Поэтому преобразуем задачу (1)-(8) к непрерывным переменным. Для этого запишем ограничения

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}(1-x_{ij}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}(1-z_{ij}) \le 0, 0 \le x \le 1, 0 \le z \le 1, \tag{10}$$

которые равносильны булевым переменным.

Ограничение (9) можно исключить, зафиксировав переменные y_j. Например, распределив дипломников равномерно между профессорами и доцентами или в соответствии с их научной активностью.

Задача (1) - (8) эквивалентна задаче (1) - (8), (10), но последняя задача содержит только непрерывные переменные. Однако область, определяемая ограничениями (10) является невыпуклой, что порождает локальные экстремумы в задаче (1) - (8), (10). Таким образом, задача (1) - (8), (10) становится многоэкстремальной. В настоящее время такие задачи решаются генетическими или эволюционными алгоритмами [5]. Эти методы не гарантируют получение решения задачи, разве с некоторой вероятностью. Часто эти методы выдают решения далекие от оптимальных. Для решения многоэкстремальных задач одним из авторов разработан эффективный метод точной квадратичной регуляризации [1]. Точная квадратичная регуляризация позволяет преобразовать задачу (1) - (8), (10) к максимизации евклидовой нормы вектора на выпуклом множестве

$$\max\{\|x\|^2 \mid -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_{ij}+z_{ij}) + s_0 + (r_0-1)\|x\|^2 \le d_0$$
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}(1-x_{ij}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}(1-z_{ij}) + r_0\|x\|^2 \le d_0\}. \quad (11)$$

В задаче (2-8), (11) необходимо найти минимальное значение d_0, для которого ее решение удовлетворяет условию $r_0\|x\|^2 = d_{\min}$. Задача (11) содержит два новых параметра s_0 и r_0. Значение r_0 выбираем таким, чтобы допустимая область задачи (11) была выпуклой (достаточно взять значение $r_0 = 40$), а параметр s_0 выбираем из условия

$$s_0 \ge \|x^*\|^2 - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_{ij}^* + z_{ij}^*)\},$$

где правая часть неравенства вычисляется в точке, являющейся решением задачи (1-8). Компонентами вектора x в задаче (11) являются x_{ij}, z_{ij} – все переменные задачи и еще одна вспомогательная переменная. Для решения задачи (2) - (8), (11) определим минимально возможное значение d_0. Это достигается посредством решения выпуклой задачи

$$\min\{d_0 \mid -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_{ij}+z_{ij}) + s_0 + (r_0-1)\|x\|^2 \le d_0$$
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}(1-x_{ij}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}(1-z_{ij}) + r_0\|x\|^2 \le d_0\}, \quad (12)$$

при ограничениях (2) - (8), которое может быть найдено прямо-двойственным методом внутренней точки [6]. Обозначим решение задачи (2)-(8), (12) через (x_0^*, d_0^*). Если условие

$$r_0\|x_0^*\|^2 = d_0^*, \quad (13)$$

выполняется, то задача (1) - (8) решена. В противном случае, увеличиваем последовательно значение d_0 с определенным шагом и для каждого такого значения d_0 решаем задачу (2) - (8), (11) прямо-двойственным методом внутренней точки. Таким образом, дихотомией по d_0 придём к решению, для которого выполнится условие (13). Это решение будет также решением задачи (2) - (8).

Рассмотренное решение задачи (2) - (8), (11) использует только прямо-двойственный метод внутренней точки и метод дихотомии. Учитывая то, что прямо-двойственный метод внутренней точки позволяет решать задачи с тысячами переменных, данный метод точной квадратичной регуляризации также может быть использован для решения задач (1) - (8) с тысячами переменных.

Для численного решения задачи (1) - (8) использовался пакет Excel 10. Входные данные заносились на лист Excel. Целевая функция и ограничения определялись формулами Excel. Для решения задачи (2) - (8), (11) использовалась надстройка OpenSolver (могут быть использованы и другие надстройки). Значение d_0 определялось методом дихотомии в интерактивном режиме. Непосредственное решение задачи (1) - (8) при помощи этих надстроек не дало результата в течении нескольких часов решения задачи. Проведенные численные эксперименты подтвердили адекватность предложенной модели реальному распределению учебной нагрузки преподавателей, а выбранный метод показал свою эффективность при решении данного класса задач.

Научная новизна и практическая значимость

Разработана новая оптимизационная модель для оптимального распределения учебной нагрузки преподавателей кафедры. Использована точная квадратичная регуляризация для решения полученной задачи. Численные эксперименты подтверждают эффективность предлагаемой методики для решения данного класса задач.

Новая методика может быть использована при решении других задач распределения ресурсов в различных прикладных областях.

Выводы

В данной работе рассмотрена задача оптимизации учебной нагрузки преподавателей кафедры. Построена новая математическая модель, которая является проще существующих и вместе с тем адекватна процессу распределения нагрузки.

Использована новая методика для решения полученной задачи, которая использует точную квадратичную регуляризацию. Численные эксперименты подтверждают эффективность новой методики для распределения учебной нагрузки преподавателей кафедры.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Косолап А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап. – Днепропетровск: ПГАСА, 2015. – 164 с.
2. Нестеренков С. Н. Математическая модель оптимального распределения часов нагрузки кафедры между преподавательским составом/ С.Н. Нестеренков, Б.В. Никульшин //Доклады БГУИР, 2013, №6(76). – С. 42 - 46.
3. Султанова С. Н. Модели и алгоритмы поддержки принятия решений при распределении учебной нагрузки преподавателей/ С.Н. Султанова, С.В. Тархов // Вестник УГАТУ, 2006, т. 7, № 3(16). – С. 107 - 114.
4. Тархов С. В. Математическая модель распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры/ С.В. Тархов, С.Н. Султанова // Информационные технологии моделирования и управления. – Воронеж: Научная книга, 2005. – С. 676 - 682.
5. Kenneth V. P. Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization / V. P. Kenneth, R.M. Storn, J.A. Lampinen. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 542 p.
6. Nocedal J. Numerical optimization / J. Nocedal, S. J.Wright. – Springer, 2006. – 685p.

REFERENCES

1. Kosolap A. I. *Globalnaya optimizatsiya. Metod tochnoy kvadratichnoy regulyarizatsii* [Global optimization. A method of exact quadratic regularization]. Dnipropetrovs’k, PGASA [PSAES], 2015, 164 p. (in Russian).
2. Nesterenkov C.N. *Matematicheskaya model optimalnogo raspredeleniya chasov nagruzki kafedry mezhdu prepodavatelskim sostavom* [Mathematical model of the optimal distribution of the load hours of the department between the teaching staff]. Doklady BGUIR, 2013, no. 6(76), pp. 42 - 46. (in Russian).
3. Sultanova C.N. and Tarchov C.V. *Modeli i algoritmy podderzhki prinyatiya recheniy pri raspredelenii uchebnoy nagruzki prepodavateley* [Models and algorithms for decision support in the distribution of teaching load of teachers]. Vesnik UGATU, 2006, t. 7, no. 3(16), pp. 107 - 114. (in Russian).
4. Tarchov C.V. and Sultanova C.N. *Matematicheskaya model raspredeleniya uchebnoy nagruzki mezhdu prepodavatelyami kafedry* [Mathematical model of the distribution of academic load among teachers of the department] Informazionnue technologii modelirovaniya i upravleniy. Voroneg, Nauchnay kniga, 2005, pp. 676 - 682. (in Russian).
5. Kenneth, V.P., Storn R.M.and Lampinen J.A. *Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization*. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2005, 542 p.
6. Nocedal, J. and Wright S. J. *Numerical optimization*. Springer, 2006, 685 p.