

УДК 624.074.4

**ОБ ОДНОЙ ФОРМЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПРОГИБА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ**

к.т.н., доц. Резуенко М.Е.

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта,  
г. Харьков, Украина

**Постановка проблемы.** Покрытия-оболочки с поверхностью отрицательной гауссовой кривизны в статическом отношении наиболее рациональны, так как к их преимуществу относятся простота конструирования, удобство возведения. Характерными представителями такого рода оболочек являются гиперболические параболоиды, являющиеся линейчатыми поверхностями. Стремительное развитие вычислительной техники заметно упрощает конструкторские расчеты. Однако, при расчете оболочек на действие сосредоточенных нагрузок такие методы не всегда являются эффективными, поэтому остаются актуальными аналитические методы нахождения фундаментальных решений.

**Связь с научными и практическими заданиями и анализ последних исследований и публикаций.** Решения для компонент напряжений и перемещений оболочек положительной гауссовой кривизны под действием сосредоточенной нормальной силы приведены в [1], в работах [2,3] представлены выражения для компонент напряженного состояния оболочек нулевой и отрицательной кривизны вдоль линий главных кривизн.

**Цель исследования.** Целью данной работы является нахождение аналитического решения для поперечного прогиба оболочки отрицательной кривизны ( $\lambda$ ), подверженной воздействию сосредоточенной нормальной нагрузки, в любой точке окрестности приложения силы. Методика нахождения такой формы решения отличается от предложенной в [3]. Ниже будет изложена суть примененного метода.

**Изложение основного материала.** Оболочка подвержена воздействию нормальной сосредоточенной силы, точка приложения которой совпадает с началом координат и достаточно удалена от краев оболочки, оси OX и OY совпадают с линиями главных кривизн. Предполагается, что вблизи точки приложения нормальной нагрузки F радиусы  $R_1, R_2$  постоянны (рис.1).

Аналогично работе [2] система дифференциальных уравнений в частных производных с помощью двумерного преобразования Фурье сводится к интегральному представлению

$$w = \frac{F}{\pi^2 D} \int_0^\infty \int_0^\infty \left[ (\xi^2 + \eta^2)^4 + b^4 (\xi^2 + \lambda \eta^2)^2 \right]^{-1} \cos(\xi x) \times \cos(\eta y) (\xi^2 + \eta^2)^2 d\xi d\eta,$$

где  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ,  $b^4 = \frac{12(1-\nu^2)}{h^2 R_2^2}$ ,  $\lambda = \frac{R_2}{R_1}$ ,  $-1 \leq \lambda \leq 0$

E,  $\nu$ , h- модуль упругости, коэффициент Пуассона, толщина оболочки.

Перейдем от прямоугольной системы координат  $\xi, \eta$  к полярной  $\gamma, \varphi$ , вводя новые переменные по формулам  $\xi = \gamma \cos \varphi, \eta = \gamma \sin \varphi$  и учитывая, что  $d\xi d\eta = \gamma d\gamma d\varphi$ , получим

$$B = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \frac{\gamma \cos(x \gamma \cos \varphi) \cos(y \gamma \sin \varphi)}{\gamma^4 + b^4 (\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi)^2} d\gamma = 4 \sum_{k=0}^\infty (2 - \delta_{k0}) (-1)^k \cos 2k\Theta J_{2k}(\gamma r) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2k\varphi d\varphi \int_0^\infty \frac{\gamma J_{2k}(\gamma r)}{\gamma^4 + b_1^4} d\gamma$$

Здесь учтено разложение в ряд Ангера -Якоби ( $\tilde{\delta} = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ )

$$\cos(\xi x) \cos(\eta y) = \sum_{k=0}^\infty (2 - \delta_{k0}) (-1)^k J_{2k}(\gamma r) \cos 2k\varphi \cos 2k\Theta,$$

$$b_1^4 = b^4 (\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi)^2,$$

$J_{2k}(\gamma r)$  - функция Бесселя.

Далее для внутреннего интеграла  $\int_0^\infty \frac{\gamma J_{2k}(\gamma r)}{\gamma^4 + b_1^4} d\gamma$  применяем метод,

предложенный в [1], что приводит к выражению

$$\int_0^\infty \frac{\gamma J_{2k}(\gamma r)}{\gamma^4 + b_1^4} d\gamma = \frac{-1}{2} \sum_{l=0}^\infty \frac{(-1)^l (b_1 r)^{2l} \Gamma(k-l)}{2^{2l} \Gamma(l+k+1) b_1^2} \sin \frac{\pi(l+k)}{2} + \frac{(-1)^k}{2\pi} \sum_{l=0}^\infty \frac{(-1)^l (b_1 r)^{2l+2k}}{2^{2l} \Gamma(l+2k+1) \Gamma(l+1) b_1^2} \left\{ \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi(l+k)}{2} + \left[ 2 \ln \frac{b_1 r}{2} + \psi(1+2l+m) - \psi(1+m) \right] \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \right\}$$

где  $\psi(l)$ -пси-функция,  $\Gamma(x)$ -гамма- функция, C- постоянная Эйлера ( $C \approx 0,5772$ ).

Тогда

$$\hat{A} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (2 - \delta_{k0}) (-1)^k \cos 2k\Theta \int_0^{\pi/2} \cos 2k\varphi d\varphi \times$$

$$\times \left\{ \frac{(-1)^k}{2\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(b_1 r)^{2l+2k}}{2^{2l+2k} \Gamma(l+2k+1) \Gamma(l+1) b_1^2} \left\{ \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi(l+k)}{2} + \right. \right.$$

$$\left. + \left[ 2 \ln \frac{b_1 r}{2} + \psi(1+2l+m) - \psi(1+m) \right] \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \right\} -$$

$$- \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l (b_1 r)^{2l} \Gamma(k-l)}{2^{2l} \Gamma(l+k+1) b_1^2} \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \left. \right\}$$

Пользуясь таблицами [4], а также, учитывая, что,

$$\int_0^{\pi/2} \cos 2k\varphi \ln |\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi| d\varphi = \frac{\pi}{2} \ln \frac{1-\lambda}{2} \delta_{k0} + \frac{(-1)^k}{2} g_k T_k \left( \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \right)$$

$$\int_0^{\pi/2} (\cos \varphi)^{2k} |\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi|^{2k-1} d\varphi = \int_0^{\varphi_1} (\cos \varphi)^{2k} (\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi)^{2k-1} d\varphi -$$

$$- \int_{\varphi}^{\pi/2} (\cos \varphi)^{2k} (\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi)^{2k-1} d\varphi,$$

где  $T_k(y)$ - многочлены Чебышева,

$$g_k = \begin{cases} -\frac{\pi}{k}, & k \neq 0 \\ -\pi \ln 2, & k = 0 \end{cases}, \quad \varphi_1 = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}$$

окончательно для поперечного прогиба получим

$$w = \frac{4F}{Db^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2\pi} (2 - \delta_{k0}) \cos 2k\Theta \times$$

$$\times \left( \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l (br)^{2l+2k}}{2^{2l+2k} \Gamma(l+2k+1) \Gamma(l+1) b^2} \sum_{r=0}^{l+\hat{e}-1} C_{l+k-1}^r \lambda^{l+k-1-r} (1-\lambda)^r \times \right.$$

$$\times \left[ \frac{1}{4^r} \sum_{i=0}^{r-1} C_{2r}^i [R(r-i-k) + R(r-i+k) + \left( 2\varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) \delta_{k0}] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4^r} C_{2r}^r R(k) + I \right] \pi \cos \frac{\pi(l+k)}{2} + L(k,r) \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \times$$

$$\times \left[ \ln \frac{(br)^2}{4} + \psi(1+2l+k) - \psi(1+k) \right] + \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \times$$

$$\times \frac{1}{4^r} \left[ \sum_{i=0}^{r-1} C_{2r}^i [M(r-i-\hat{e}) + M(r-i+\hat{e})] + C_{2r}^r Q(k) \right] -$$

$$- \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l (br)^{2l} \Gamma(k-l)}{2^{2l} \Gamma(l+k+1) b^2} \sin \frac{\pi(l+k)}{2} \sum_{r=0}^{l+\hat{e}-1} C_{l+\hat{e}}^r \lambda^{l+\hat{e}-r} (1-\lambda)^r L(k,r) \left. \right)$$

$$\text{где } C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}, \quad L(k,r) = \begin{cases} 0, & r < k \\ \frac{\pi}{2^{2r+1}} C_{2r}^k, & r \geq k \end{cases}$$

$$M(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^{k+1} \pi}{2k} \cos \left( k \arccos \left( \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \right) \right), & k \neq 0 \\ (-1)^{k+1} \pi \ln 2 \cos \left( k \arccos \left( \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \right) \right), & k = 0 \end{cases},$$

$$Q(k) = \frac{\pi}{2} \ln \frac{1-\lambda}{2} \delta_{k0} + \frac{(-1)^k}{2} g_k T_k \left( \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \right)$$

$$R(x) = \frac{\sin 2k\varphi_1}{2k}, \quad \varphi_1 = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}, \quad I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2k\varphi}{|\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi|} d\varphi.$$

Выражение (1) дает точное решения для прогиба в любой точке окрестности приложения сосредоточенных нагрузок, однако для инженерных расчетов удобнее пользоваться аналитическими формулами, получающимися из (1) удержанием первых двух членов ряда.

$$w = \frac{F}{4\pi^2 D} \left( \frac{\pi}{b^2} I + \frac{(rb)^2}{2b^2} \left\{ \ln \frac{br\sqrt{1-\lambda}}{4} + \frac{1+\lambda}{2(1-\lambda)} \cos 2\Theta + C - 1 \right\} \right)$$

Для апробации методики вычисления прогиба были проведены сравнения с результатами, данными в [3] для оболочек неположительной гауссовой кривизны, а также с работой [1] для цилиндрической оболочки ( $\lambda=0$ ). В работе [3] приведен характер поведения  $w$  при удалении от точки приложения сосредоточенной нагрузки. При  $\Theta = 0$  и  $\Theta = \frac{\pi}{2}$  получаем

прогиб вдоль оси OX и OY соответственно.

**Выводы.** Предложены фундаментальные решения для прогибов оболочек неположительной гауссовой кривизны в любой точке окрестности приложения сосредоточенной силы, а также даны относительно простые асимптотические формулы, удобные для дальнейших расчетов практических задач.

**ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Ольшанский В.П. Фундаментальные решения уравнений пологих оболочек // Известия высших учебных заведений. Математика - М., 1980. - № 6(217).- С. 52 - 56.
2. Нерубайло Б.В., Ольшанский В.П., Резуненко М.Е. Об одной форме фундаментального решения оболочек отрицательной гауссовой кривизны // Известия АН. Механика твердого тела. - М., 1997. - № 4.- С. 144 – 149
3. Резуненко М.Е. Напряженно-деформированное состояние сталебетонной гиперболической оболочки при действии сосредоточенных воздействий. Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник.- Вип. 70, 2008.- с.363-369

УДК 332.1:332.832.5

**ОБНОВЛЕННЯ МІСТ І МОДЕРНІЗАЦІЯ ЖИТЛОВОГО ФОНДУ УКРАЇНИ: ПРОБЛЕМИ І ПЕРСПЕКТИВИ**

**інж. Россохін С.О.**

*Харківської національної академії міського господарства*

Постановка проблеми. Особливість сучасного етапу в розвитку міст України пов'язана з необхідністю проведення широкомасштабних заходів щодо реконструкції наявного житлового фонду, особливо, на територіях, забудованих у період 1960-70-х років ХХ століття.

Проблема реконструкції житлових будинків входить до комплексу проблем з оновлення населених пунктів України і є характерною не тільки для пострадянських республік, але й для всіх інших країн світу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження, проведені в статті, спираються, по-перше, на роботи вітчизняних вчених та спеціалістів:

В.М. Бабаєва, В.І. Большакова, Л.М. Шутенка і багатьох інших [4, 5, 6, 7, 8, 9]. По-друге, на державну Програму реконструкції житлових будинків перших масових серій, затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 14.05.99 № 820 [3]. По-третє, на Закон України Про комплексну реконструкцію кварталів (мікрорайонів) застарілого житлового фонду № 525-V від 22.12.06 [1], Закон України Про енергозбереження №74/94-ВР від 01.07.94 [2] та інші нормативно-правові документи.

Метою статті є: по-перше, дослідити питання оновлення міст і модернізації житлового фонду України та шляхи їх вирішення. По-друге, проаналізувати ситуацію, що склалась з реконструкцією житла в нашій країні. По-третє, розкрити питання реконструкції застарілого житлового фонду, як одного з пріоритетних напрямів розвитку житлового будівництва.

Виклад основного матеріалу. Відомо, що житлова проблема є однією з найгостріших соціально-економічних проблем сучасності. Майже третина населення країни проживає у незадовільних умовах – квартирах, в яких мешкають два або більше наймачів, в непридатних для проживання приміщеннях, а також у застарілому житловому фонді. Поліпшення житлових умов очікують в «житлових чергах» 1,216 млн. сімей [10].

Станом на 1 січня 2009 житловий фонд України всіх форм власності становить понад 1066,6 млн. м<sup>2</sup> загальною площею, які були введені в експлуатацію [10]. Обсяги введення в експлуатацію житла в Україні по роках наведено на рис.1 [10].

Відсутність коштів для належного утримання, ремонту та реконструкції житла призводить до прискорення темпів його старіння та виводу із експлуатації у зв'язку із аварійністю.

Останні роки зберігається тенденція старіння житлового фонду, який здебільшого перебуває у незадовільному технічному стані. До категорії ветхих та аварійних житлових будинків віднесено по Україні 58,9 тис. житлових будинків загальною площею 5,1 млн. м<sup>2</sup> житлового фонду країни, де постійно проживають 200,2 тис. мешканців [5, 10].

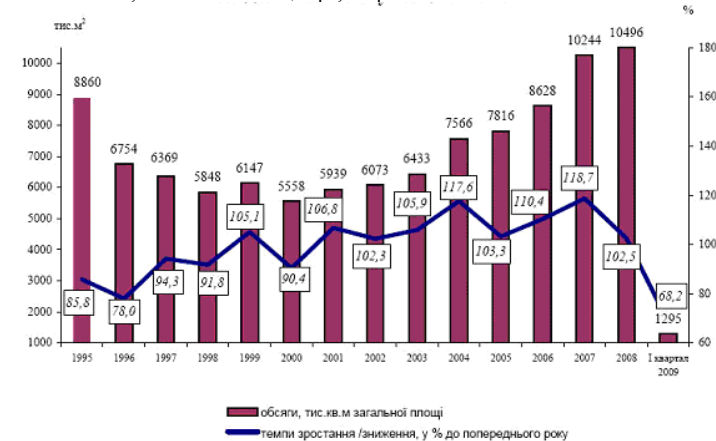


Рис.1. Показники введення в експлуатацію житла в Україні по рокам