

**С. В. РАКША, докт. техн. наук, Ю. К. ГОРЯЧЕВ, канд. техн. наук,
О. С. КУРОП'ЯТНИК, асистент.**

*Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна*

АНАЛІЗ СПЕКТРА ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ПРИВОДУ ПІДВІСНОЇ КАНАТНОЇ ДОРОГИ

Актуальність проблеми. Останнім часом підвісні канатні дороги (ПКД) набувають усе більшого розповсюдження не лише як засобу курортного, але й міського транспорту. Їх використання дозволяє раціонально організувати та перерозподіляти вантажо- та пасажиропотоки з мінімальними витратами на спорудження та експлуатацію транспортної інфраструктури. Тому зростання попиту на даний вид транспорту (поки що здебільшого за кордоном) є цілком закономірним і підкреслює необхідність проведення досліджень з метою забезпечення надійності, безпечності та економічної доцільності використання ПКД. Вирішенню цих питань сприяє проектування доріг, яке ґрунтується на встановленні та подальшому використанні раціональних параметрів як ПКД в цілому, так і кожного з її елементів окремо.

Аналіз публікацій. Питання визначення раціональних параметрів ПКД не є новим. Чимало результатів досліджень у цьому напрямі реалізовано безпосередньо у «Правилах ...» [1], деякі – у вигляді рекомендацій до проектування [2, 3, 4]. Однак більшість із норм та рекомендацій ґрунтуються на розрахунках за формулами статички, окремі взагалі не мають теоретичного обґрунтування.

Дослідженням динамічної навантаженості елементів ПКД присвячена робота [5], у якій розглядаються динамічні процеси в тягових канатах, проте враховано лише їх поперечні коливання та не висвітлено питання впливу зазначених процесів на навантаженість елементів приводу.

Важливість застосування комплексного підходу до оцінювання навантаженості елементів ПКД підтверджується закордонним досвідом [6, 7, 8, 9, 10, 11, 15]. Однак рекомендацій щодо встановлення раціональних параметрів приводів ПКД на основі аналізу спектра власних частот не було виявлено.

Мета та задачі. Метою даної роботи є обґрунтування раціональних значень швидкості руху вагонів ПКД маятникового типу за умови попередження та обмеження резонансних явищ на основі аналізу спектра власних частот приводу дороги. Досягненню поставленої мети сприяє розв'язання таких задач: розробка і обґрунтування розрахункової схеми та складання математичної моделі руху елементів ПКД; дослідження змінності спектра власних частот приводу ПКД; обґрунтування раціональних значень швидкості руху вагонів за умови попередження та обмеження резонансних явищ.

Основна частина. Підвісна канатна дорога є досить складною системою з точки зору математичного моделювання динаміки її елементів. Вона характеризується наявністю зосереджених мас та елементів з розподіленими параметрами (рис. 1). Зосередженими масами можемо вважати ротор електродвигуна, деталі редуктора, шків, вагони та реальну або умовну масу, що характеризує робоче зусилля натяжного пристрою до тягового каната (поняття умовної маси вводиться для натяжних пристроїв не вагової дії, наприклад, гідравлічних). Несучий та тяговий канати є елементами з розподіленими параметрами. Таке представлення ПКД визначає математичну модель руху її елементів у вигляді системи диференціальних рівнянь у звичайних та часткових похідних [12], яка є досить громіздкою та складною для аналізу.

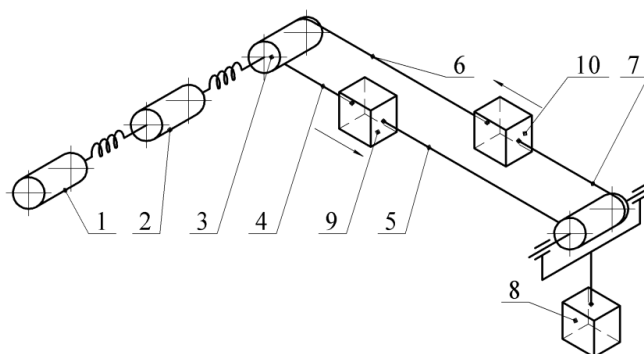


Рис. 1. Розрахункова схема ПКД як системи зосереджених мас та елементів з розподіленими параметрами: 1 – ротор двигуна; 2 – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала; 3 – шків; 4–7 – відрізки тягового каната; 8 – натяжний пристрій; 9, 10 – вагони.

У даній роботі пропонується спрощення моделі ПКД шляхом приведення рухомих мас приводу до шківа як зосередженої маси. Таким чином, утворюється

система з чотирьох зосереджених мас як кінцевих вантажів, з'єднаних між собою пружними елементами з розподіленими параметрами – відрізками тягового каната (рис. 2, а). При цьому зосереджена маса «натяжний пристрій» (m_6) замикає схему, оскільки тяговий канат є безкінечним. Для спрощення складання математичної моделі розділимо масу m_6 , замінюючи розірвані зв'язки відповідними реакціями (рис. 2, б).

Недоліком запропонованого способу спрощення є відсутність можливості врахування впливу параметрів кожного з елементів приводу окремо на досліджувані

процеси. Проте з математичного описання вилучаються рівняння у звичайних похідних, а рух усіх елементів характеризується системою рівнянь виду

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}, \quad (1)$$

де u_i – деформація перерізу x i -ої ділянки тягового каната ($i = \overline{1, 4}$); a – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому напрямку, яка залежить

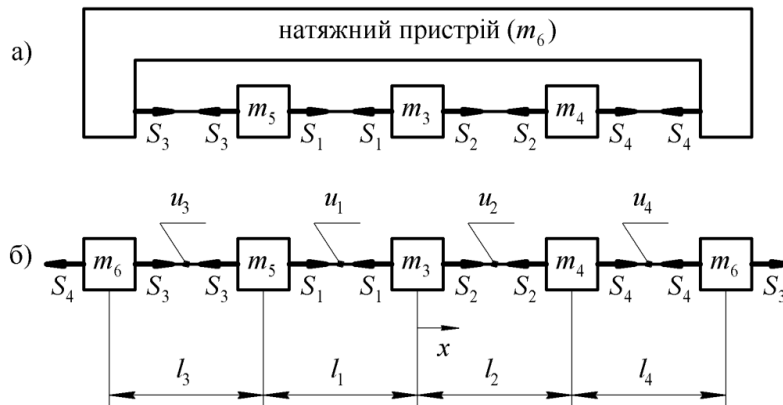


Рис. 2. Спрощена розрахункова схема ПКД: а - базовий варіант; б - після розділення маси m_6 .

від параметрів каната ($a^2 = EF/q$, де E – приведений модуль пружності [3], F – площа поперечного перерізу, q – погонна маса).

Як відомо [13], власні частоти

визначаються виключно параметрами самої системи (інерційними, квазіпружними, у меншому ступені – дисипативними). У разі визначення власних частот системи з розподіленими параметрами необхідно також враховувати граничні умови, які характеризують зміну параметрів системи уздовж її елементів (по координаті x) [14].

Математична модель ПКД, необхідна для аналізу спектра власних частот приводу, складається з восьми рівнянь у формі граничних умов для рівнянь, які описують деформацію перерізів чотирьох відрізків тягового каната (див. рис. 2, б):

$$m_6 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \Big|_{x=-(l_1+l_3)} = EF \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \Big|_{x=-(l_1+l_3)} - \frac{\partial u_4}{\partial x} \Big|_{x=-l_2+l_4} \right); \quad u_3(-l_1, t) = u_1(-l_1, t); \quad (2)$$

$$m_5 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \Big|_{x=-l_1} = EF \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} \right) \Big|_{x=-l_1}; \quad u_1(0, t) = u_2(0, t); \quad (3)$$

$$m_3 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = EF \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}; \quad u_2(l_2, t) = u_4(l_2, t); \quad (4)$$

$$m_4 \frac{\partial^2 u_4}{\partial t^2} \Big|_{x=l_2} = EF \left(\frac{\partial u_4}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \Big|_{x=l_2}; \quad u_4(l_2 + l_4, t) = -u_3(l_2 + l_4, t). \quad (5)$$

Під час розв'язання системи рівнянь використовуємо метод Фур'є (метод розділення змінних), після чого отримуємо таку систему:

$$\left. \begin{aligned} &(\alpha_6 \sin \lambda + \lambda \cos \lambda)A_3 + (\alpha_6 \cos \lambda - \lambda \sin \lambda)B_3 - \alpha_6 \sin \lambda A_4 - \alpha_6 \cos \lambda B_4 = 0; \\ &\cos\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)A_1 - \sin\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)B_1 - \cos\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)A_3 + \sin\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)B_3 = 0; \\ &-\left[\lambda \cos\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right) + \alpha_5 \sin\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)\right]A_1 + \left[\lambda \sin\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right) - \alpha_5 \cos\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)\right]B_1 + \\ &\quad + \alpha_5 \sin\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)A_3 + \alpha_5 \cos\left(\lambda \frac{l_1}{l}\right)B_3 = 0; \\ &A_1 - A_2 = 0; \\ &\lambda A_2 - \alpha_3 B_1 + \alpha_3 B_2 = 0; \\ &\cos\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)A_2 + \sin\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)B_2 - \cos\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)A_4 - \sin\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)B_4 = 0; \\ &\alpha_4 \sin\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)A_2 - \alpha_4 \cos\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)B_2 + \left[\lambda \cos\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right) - \alpha_4 \sin\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)\right]A_4 + \\ &\quad + \left[\lambda \sin\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right) + \alpha_4 \cos\left(\lambda \frac{l_2}{l}\right)\right]B_4 = 0; \\ &\cos \lambda A_3 - \sin \lambda B_3 + \cos \lambda A_4 + \sin \lambda B_4 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

У вказаних рівняннях прийнято такі позначення: A_i , B_i – амплітудні коефіцієнти ($i = \overline{1, 4}$); l_i , l – довжини відрізків та загальна довжина тягового каната (рис. 2, б); λ – власне число фундаментальних функцій [14]; α_i – масові коефіцієнти ($\alpha_i = ql/m_i$, $i = \overline{3, 6}$, де m_i – величина i -ої зосередженої маси).

Прирівнюючи нулю визначник матриці коефіцієнтів наведеної системи рівнянь, визначаємо власні числа λ_i , за якими встановлюємо власні частоти приводу з формули

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{l} \sqrt{\frac{EF}{q}}, \quad (7)$$

де i – порядковий номер власної частоти.

Як приклад використання зазначеного підходу розглянемо спектр власних частот приводу пасажирської ПКД маятникового типу «Місхор – Ай-Петрі» (нижня ділянка, рис. 3) з такими параметрами: погонна маса тягового каната $q = 1,635$ кг/м; маса вантажу натяжного пристрою до тягового каната $m_6 = 5\,650$ кг; маса шківів $m_3 = 5\,000$ кг; сумарна довжина тягового каната в прогонах між станціями $l = 1\,300$ м.

Величини m_4 та m_5 є складовими мас вагонів, які сприймаються тяговим канатом.

Їх можна визначити з відповідних значень опору переміщенню вагонів (W_4 та W_5):

$$m_4 = W_4 / g; \quad m_5 = W_5 / g. \quad (8)$$

Дослідження показали наявність стрімкої зміни величин W_4 та W_5 під час проходження вагонів опор [15], що певним чином відбивається на масах m_4 та m_5 (рис. 4).

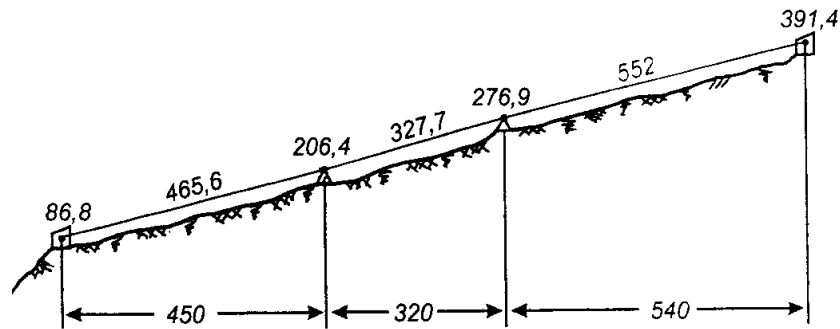


Рис. 3. Профіль досліджуваної ПКД.

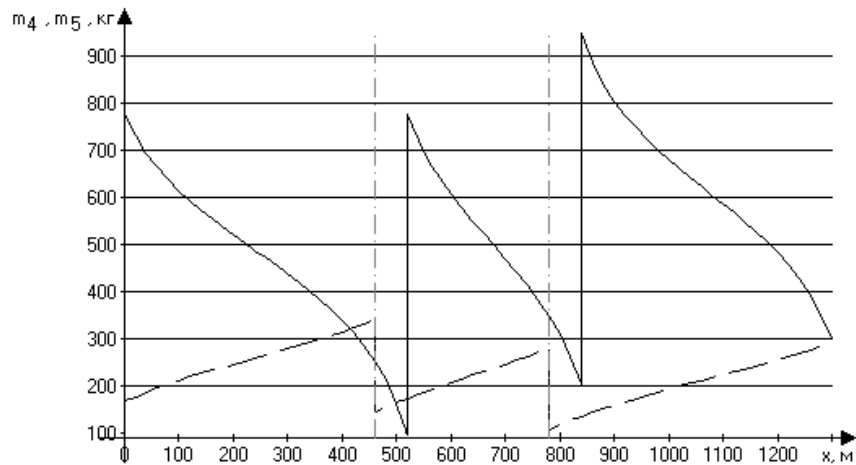


Рис. 4. Залежність умовних мас m_4 (суцільна лінія) та m_5 (штрихова лінія) від положення вагонів на трасі.

Результати аналізу спектра власних частот приводу досліджуваної ПКД наведено на рисунку 5. Суцільними основними лініями позначено першу, другу та третю власні частоти, тонкою лінією вказано діаграму зміни кутової швидкості обертання шківів.

Після виходу за межі станції вагони прискорюються від $v = 0,5$ м/с ($\omega = 0,333$ с⁻¹ – відповідна кутова швидкість обертання шківів) до $v = 6,7$ м/с ($\omega = 4,467$ с⁻¹), подальші зміни кутової швидкості обертання шківів відповідають зміні швидкості руху вагонів під час проходження опор зі швидкістю $v = 0,5$ м/с, наприкінці руху відбувається сповільнення вагонів від 6,7 м/с до 0,5 м/с.

Впродовж руху вагонів між станціями шківів проходить зону першої резонансної частоти 10 разів (діаграма зміни кутової швидкості обертання шківів 10 разів перетинає графік першої власної частоти системи; див. рис. 5), що супроводжується

не лише підвищенням динамічної навантаженості елементів приводу, але й сприяє виникненню аварійних ситуацій (биття вагонів об опори, сходження вагонів з несучого каната, захлестування тягового каната тощо). У такому випадку необхідно рекомендувати внесення змін до діаграми швидкостей приводу.

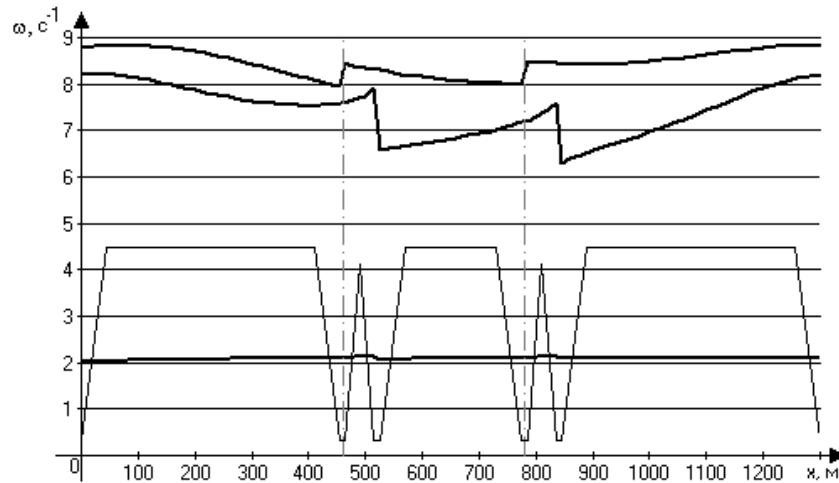


Рис. 5. Діаграми зміни власних частот приводу та частоти обертання шківа під час руху вагонів.

Аналізуючи спектр власних частот приводу, доходимо висновку, що перша частота є майже незмінною і дорівнює $\omega_1 = 2,13$ рад/с; друга та третя частоти змінюються відповідно до законів зміни умовних мас вагонів (див. рис. 4), найменше значення становить $\omega_{2\min} = 6,3$ рад/с. Враховуючи ці величини, можна встановити раціональні (безпечні) значення швидкості руху вагонів (та, відповідно, кутової швидкості обертання шківа як одного з параметрів приводу), за яких робота приводу відбувається у міжрезонансному проміжку частот:

- під час руху в прогонах

$$v_{\text{пр}} = 3,2 \dots 9,4 \text{ м/с (відповідно } \omega = 2,13 \dots 6,3 \text{ с}^{-1}\text{);}$$

- під час проходження опор

$$v_{\text{оп}} = 3,2 \dots 8,0 \text{ м/с (відповідно } \omega = 2,13 \dots 5,33 \text{ с}^{-1}\text{).}$$

Верхнє значення діапазону швидкості руху під час проходження вагонами опор (8 м/с) обмежується вимогами «Правил ...» [1].

З урахуванням вказаного необхідно рекомендувати внесення змін до діаграми швидкостей приводу, наприклад, за одним із принципів, відображених на рис. 6.

На цьому рисунку вказано три діаграми швидкостей:

1) дрібно штрихова лінія – проектна діаграма, яка має зазначений вище недолік (10 разів перетинає графік першої власної частоти системи; див. рис. 5);

2) суцільна основна лінія – скорегована діаграма (перший варіант): збережено максимальну за проектом ПКД швидкість руху вагонів – 6,7 м/с (4,467 рад/с), швидкість проходження опор збільшено до мінімального з раціональних значень – 3,2 м/с (2,13 рад/с);

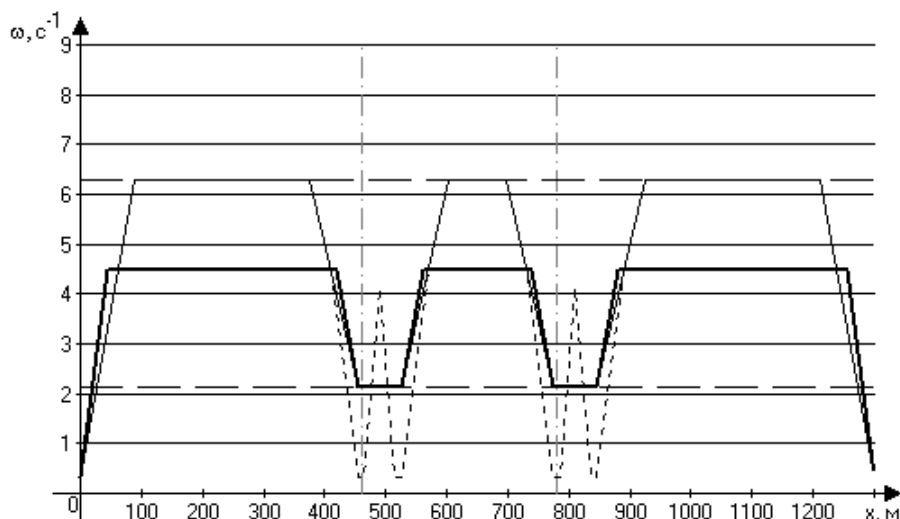


Рис. 6. Діаграми швидкостей приводу.

3) суцільна тонка лінія – скорегована діаграма (другий варіант): збільшено швидкість руху до 9,4 м/с (6,3 рад/с) під час руху вагонів у прогонах та до 3,2 м/с (2,13 рад/с) під час проходження опор.

У скорегованих діаграмах спостерігається проходження однієї резонансної зони під час руху вагонів біля станцій, в інший час робота приводу відбувається у міжрезонансному проміжку частот. При цьому можна прогнозувати збільшення пропускнуої здатності дороги за рахунок зменшення тривалості циклу транспортування: для першого варіанту скорегованої діаграми – на 43 %, для другого варіанту – на 68 %.

Висновки. В ході аналізу спектра власних частот приводу ПКД було відмічено змінність другої та третьої частот, при цьому перша частота є майже незмінною. Це пояснюється тим, що нижчі частоти визначаються здебільшого великими масами, які в умовах даного дослідження є незмінними (маси шківа та натяжного вантажу). Змінність вищих частот суттєво впливає на визначення діапазону раціональних

значень кінематичних параметрів приводу, зокрема, кутової швидкості обертання шківа і, відповідно, швидкості руху вагонів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Правила устройства и безопасной эксплуатации пассажирских подвесных канатных дорог (ППКД). – М.: Металлургия, 1975. – 56 с.
2. Беркман М. Б. Подвесные канатные дороги / М. Б. Беркман [и др.]. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
3. Дукельский А. И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны / А. И. Дукельский. – М.-Л.: Машиностроение, 1966. – 484 с.
4. Машины непрерывного транспорта / под ред. В. И. Плавинского. – М.: Машиностроение, 1969. – 720 с.
5. Патарая Д. И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог / Д. И. Патарая. – Тбилиси: Мецниереба, 1991. – 103 с.
6. Nejez, J. Cableway oscillation problems / J. Nejez // International Ropeway Review. – 2011. – № 6. – P. 47.
7. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 1/ G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2011. – № 6. – P. 48–50.
8. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 2, 3 / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2012. – № 1. – P. 46–49.
9. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 4 / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2012. – № 3. – P. 63–66.
10. Kowal J. Static and dynamic analysis of the cableway / J. Kowal [etc.] // The Archive of Mechanical Engineering. – 2008. – Vol. LV. – № 4. – P. 357–368.
11. Knawa M. Effect of dynamic loads acting on carrying cable in operating ropeway / M. Knawa, D. Bryja // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. – 2008.
12. Савин Г. Н. Динамика нити переменной длины / Г. Н. Савин, О. А. Горошко. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 332 с.
13. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний: учеб. пособие / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 272 с.
14. Степанов А. Г. Динамика машин / А. Г. Степанов. – Екатеринбург: УрОРАН, 1999. – 305 с.
15. Ракша С. В. Моделювання навантаженості приводу канатної дороги з урахуванням зміщення несучого каната на опорах / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. – 2012. – Вып. 57. – С. 75-84.