

УДК 539.1:517.97

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПОЛОСЫ С ПУСТОТАМИ, ЗАГРУЖЕННОЙ МАССИВНЫМ ШТАМПОМ

ВЛАСЕНКО Ю. Е.<sup>1\*</sup>, к.т.н., доц.,  
КРИВЕНКОВА Л. Ю.<sup>2\*</sup>, ст. преп.

<sup>1\*</sup> Кафедра прикладной математики, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600. Днепропетровск. Украина, тел. +38 (056) 756-34-10.

<sup>2\*</sup> Кафедра прикладной математики, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600. Днепропетровск. Украина, тел. +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

**Аннотация. Цель.** Моделирование поведения строящихся объектов (сооружений) на неоднородных основаниях. Настоящая работа является частью глобальной темы по разработке и реализации контактных задач, в которых действие внешних сил зависит от деформации тела. **Методика.** Общая методология исследований базируется на использовании аппарата вариационных методов механики сплошных сред с применением метода конечных элементов и методов математического программирования. Предметом исследования является определение напряженно-деформированного состояния неоднородного основания с включениями в виде пустот. **Результаты.** Полученные результаты позволили построить и анализировать эпюры напряжений в зоне расположения пустоты по различным сечениям в зависимости от веса массивного штампа. Работа продолжает публикацию серии результатов по исследованию напряженно-деформированного состояния многослойных оснований различной структуры под действием массивных штампов. Результаты, полученные в работе, публикуются впервые. **Практическая значимость.** Предложенная методология расчета напряженно-деформированного состояния позволяет решать широкий круг практических задач, которые возникают в современных условиях, как перед проектантами, так и перед инженерами, эксплуатирующими различные сооружения.

**Ключевые слова:** массивный штамп; контактная задача; упругопластическое основание; напряженно-деформированное состояние

## МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕОДНОРІДНОЇ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОЇ СМУГИ З ПОРОЖНИНАМИ, ЗАВАНТАЖЕНОЇ МАССИВНИМ ШТАМПОМ

ВЛАСЕНКО Ю. Є.<sup>1\*</sup>, к.т.н., доц.,  
КРИВЕНКОВА Л. Ю.<sup>2\*</sup>, ст. викл.

<sup>1\*</sup> Кафедра прикладної математики, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (056) 756-34-10.

<sup>2\*</sup> Кафедра прикладної математики, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

**Анотація. Мета.** Моделювання поведінки об'єктів, що будуються (споруд) на неоднорідних основах. Робота є частиною глобальної теми з розробки та реалізації контактних задач, в яких дія зовнішніх сил залежить від деформації тіла. **Методика.** Загальна методологія досліджень базується на використанні апарату варіаційних методів механіки суцільних середовищ із застосуванням методу кінцевих елементів і методів математичного програмування. Предметом дослідження є визначення напружено-деформованого стану неоднорідної основи з включеннями у вигляді порожнин. **Результати.** Отримані результати дозволили побудувати і аналізувати епюри напружень в зоні розташування порожнечі по різних перетинах залежно від ваги масивного штампа. Робота продовжує публікацію серії результатів по дослідженню напружено-деформованого стану багатшарових основ різної структури під дією масивних штампов. Результати, отримані в роботі публікуються вперше. **Практична значущість.** Запропонована методологія розрахунку напружено-деформованого стану дозволяє вирішувати широке коло практичних завдань, які виникають в сучасних умовах, як перед проектантами, так і перед інженерами, що експлуатують різні споруди.

**Ключові слова:** масивний штамп; контактна задача; пружнопластична основа; напружено-деформований стан

## MODELING OF THE TENSELY-DEFORMED STATE OF HETEROGENEOUS RESILIENTLY PLASTIC STRIPE WITH EMPTINESSES, HIGH-USAGE MASSIVE STAMP

VLASENKO Yu. E., <sup>1\*</sup>, *Cand. Sc.(Tech), Assoc. Prof.*,  
KRIVENKOVA L.Yu. <sup>2\*</sup>, *senior lect.*,

<sup>1\*</sup> Department of Applied Mathematics and Computer Technologies, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture". 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, тел. +38 (056) 756-34-10

<sup>2\*</sup> Department of Applied Mathematics and Computer Technologies, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture". 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, тел. +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

**Abstract. Purpose.** Modeling of behavior of objects that are being built on heterogeneous grounds. This work is a part of more broad theme that covers development and implementation of contact tasks where impact of external forces on the body depends on deformation of this body. **Methodology.** General methodology of this research is based on the use of apparatus of variational methods of continuum mechanics with the use of finite element method and methods of mathematical programming. The subject of this research is a determination of the tensely-deformed state of the heterogeneous foundations with inclusions of cavities. **Results.** The obtained results provided means to build and analyze the diagrams of tensions in the zone of location of cavities in different sections of foundation depending on weight of massive stamp. This work continues publication of series of results of research of the tensely-deformed state of multi-layered grounds of different structure under the impact of massive stamps. This is a first publication of such results. **Practical significance.** The offered methodology of calculation of the tensely-deformed state allows to solve a wide range of practical tasks that are faced by both designers and by operation and maintenance engineers that maintain different constructions.

**Keywords:** massive stamp; contact task; resiliently plastic founding; tensely-deformed state

### Введение

Задачи исследования напряженно-деформированного состояния оснований под действием массивных сооружений важны для современного строительства. Особенно это касается неоднородных по своей структуре оснований, появлению которых способствуют не только природные явления, но и техногенная деятельность человека. В условиях плотной застройки населенных пунктов к этому часто приводит проведение подземных коммуникационных работ. Для попадания в подземные выработки людей и оборудования приходится иногда соединять горизонтальные выработки с поверхностью вертикальными штольнями. Исследование поведения надземных сооружений на основаниях с пустотами – актуальная и довольно многофакторная задача [3, 4]. В качестве одного из факторов в работе рассматривается изменение напряженного состояния вблизи горизонтальных и вертикальных выработок с целью определения наиболее уязвимых к обрушению областей.

### Постановка задачи

Рассмотрим упругопластическое основание, работающее в условиях плоской деформации, содержащее пустоты, расположенные на некоторой глубине под массивным сооружением. Геометрическую форму пустоты выберем в виде

горизонтальной выработки, соединенной с поверхностью вертикальной выработкой (рис. 1.).

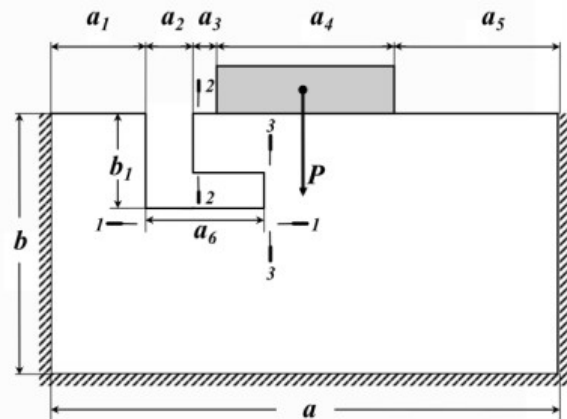


Рис. 1 Схема рассчитываемой задачи /  
Chart of the expected task

Задача формулируется в виде связанной контактной задачи для массивного штампа, взаимодействующего с неоднородной упругопластической полосой. Наиболее полно и подробно вопросы постановки указанного класса задач освещены в работах [1, 3, 4]. Математические аспекты построения данных моделей освещены в работах [5, 6]. Скажем только, что для решения данного класса задач необходимо к системе дифференциальных уравнений краевой задачи добавить уравнения равновесия главных векторов и главных моментов сил, приложенных к штампу.

Задача формулируется в эквивалентной вариационной постановке. В дальнейшем с помощью метода конечных элементов решение сводится к нахождению минимума функции многих переменных. Окончательно решение проводится в безразмерном виде. В качестве масштабного геометрического множителя принимается ширина основания штампа –  $H$  ( $a_4$  на рис. 1.).

**Обсуждение результатов**

Результаты были получены для последовательно меняющихся весов штампа от значений  $P = 1.2\tau_s H$  до  $P = 3.6\tau_s H$  с шагом  $1.2\tau_s H$ , а высота штампа менялась от  $0.133H$  до  $0.4H$  с шагом  $0.133H$ . Здесь  $H$  – ширина подошвы штампа. Такой подход позволяет моделировать этапы строительства массивного сооружения. Особый интерес для практики строительства представляют изменения напряжений в непосредственной близости от области нахождения пустоты, потому для анализа были выбраны сечения 1...1, 2...2 и 3...3 (рис. 1.) Геометрические параметры пустоты (выработки) следующие: высота вертикальной выработки  $b = 0.4H$ ; высота горизонтальной -  $0.12H$ ; ширина горизонтальной выработки  $a_6 = 0.247H$ ; ширина вертикального ствола  $a_2 = 0.247H$ ; расстояние между штампом и правой стенкой вертикальной выработки  $a_3 = 0.05H$ . Результаты расчетов представлены на рис. 2...5. На рис.2 представлены эпюры напряжений  $\sigma_x$  по сечению 1...1.

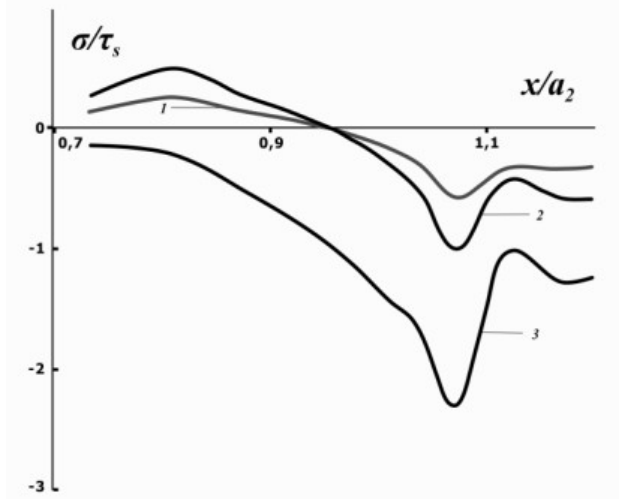


Рис. 2. Эпюры напряжений  $\sigma_x$  по сечению 1...1 / Epures of tensions  $\sigma_x$  on a section 1...1

Как видим, примерно до половины дна горизонтальной выработки, для веса штампа  $P = 1.2\tau_s H$  и  $P = 2.4\tau_s H$  эпюры напряжений не существенно отличаются друг от друга (кривые помеченные цифрами 1 и 2 соответственно). Но, примерно в середине дна эпюры, меняя знак, показывают вблизи окончания горизонтальной выработки резкое увеличение значений по модулю,

приближаясь (кривая 2) к пределу текучести  $\tau_s$ . Качественно эпюра 3, соответствующая весу штампа  $P = 3.6\tau_s H$ , ведет себя аналогично, чего не скажешь о количественных показателях. Резюмируя вышесказанное можно отметить, что наиболее уязвимым местом в сечении 1...1 является зона дна вблизи правого конца горизонтальной выработки.

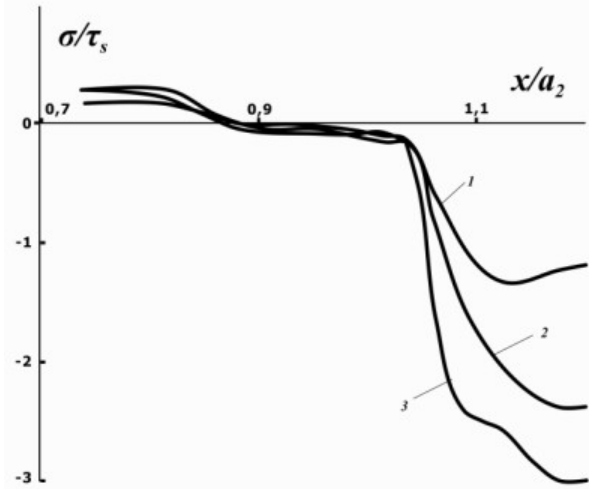


Рис.3. Эпюры напряжений  $\sigma_y$  по сечению 1...1 / Epures of tensions  $\sigma_y$  on a section 1...1

Рис. 3, 4, соответственно, представляют собой эпюры напряжений  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  и ничего не могут изменить в наших рассуждениях. По-прежнему зона дна горизонтальной выработки справа в районе ее окончания является зоной концентрации напряжений.

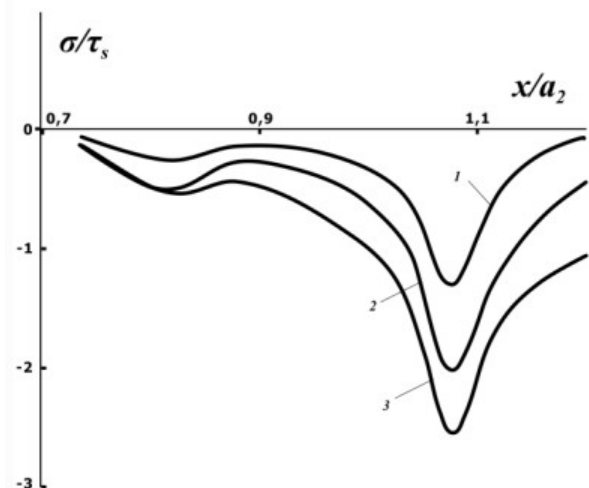


Рис. 4. Эпюры напряжений  $\tau_{xy}$  по сечению 1...1 / Epures of tensions  $\tau_{xy}$  on a section 1...1

На рис. 5 представлены эпюры  $\sigma_y$  по сечениям 2...2 (сплошные линии) и 3...3 (пунктирные), соответствующие весам штампа  $P = 1.2\tau_s H$ .

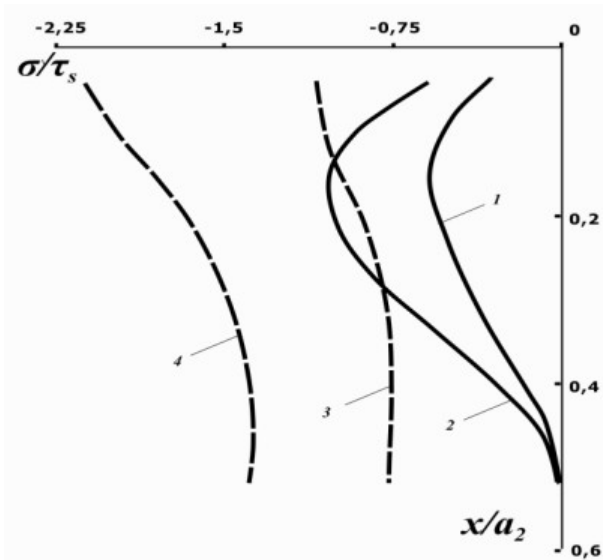


Рис.5. Эпюры напряжений  $\sigma_y$  по сечению 2...2 и 3...3 / Epures of tensions  $\sigma_y$  on a section 2...2 and 3...3

(эпюры 1 и 3) и  $P = 2.4\tau_s H$  (эпюры 2 и 4). Как видно из эпюр, отмеченных цифрами 1 и 2, которые соответствуют сечению 2...2, наиболее уязвимыми зонами правой стенки вертикального ствола являются зоны, расположенные на глубине  $\approx 0.2H$ . Такое резкое увеличение напряжений может привести к вздутию стенки и обвалу породы основания. Что касается сечения 3...3 (кривые 3 и 4),

то, учитывая то обстоятельство, что это сечение расположено непосредственно под штампом, напряжения должны по глубине уменьшаться, распределяясь на всю ширину рассчитываемой области (рис. 1 размер  $a$ ). Однако пустота в основании, являясь концентратором, изменяет этот процесс. Напряжения  $\sigma_y$ , начиная с глубины  $\approx 0.2H$  и до глубины, где заканчивается горизонтальная выработка, изменяются практически незначительно. Этот результат показывает, что зона правой стенки горизонтальной выработки также является опасным местом, требующим тщательной проработки как на стадии проектирования подобного рода работ, так и на стадии их выполнения.

### Выводы

Предложенные модели исследования поведения нелинейных оснований под действием массивных штампов позволяют получать не только интегральные, весьма важные характеристики такие, как крены и осадки штампов, но и локальные в виде деформаций и напряжений в любой точке исследуемой области. Предложенная методика позволяет определять зоны концентрации напряжений и использовать полученные ценные сведения которые можно при проектировании и прокладке подземных коммуникаций.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Власенко Ю. С. Зв'язані контактні задачі механіки деформівного тіла. / Ю. С. Власенко, В. І. Кузьменко, К. І. Шумельчик // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць/Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ: Ліра. 2012. – №19. – с. 41-47.
2. Власенко Ю. Е. Исследование напряженного состояния упругопластического основания с пустотами сложной структуры, нагруженного тяжелым штампом. / Ю. Е. Власенко, В. И. Кузьменко // Theoretical Foundations of Civil Engineering – Vol. 20, Warsaw, 2012, pp. 179-182.
3. Кузьменко В. И. Компьютерное моделирование поведения упруго–пластических оснований сложной структуры. / В. И. Кузьменко, Ю. Е. Власенко // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2008. – вип. 12, с. 113–122.
4. Кузьменко В. И. Моделирование неравномерных осадок сооружений на упруго–пластических основаниях. / В. И. Кузьменко, Ю.Е. Власенко, // Новини науки Придніпров'я, № 6, 2006, с. 34–40.
5. Кузьменко В. И. Контактные задачи для упругопластической полосы при сложном нагружении. / В. И. Кузьменко // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. –1985.–№6.–с.128–135.
6. Кузьменко В. И. О контактных задачах теории пластичности при сложном нагружении. / В. И. Кузьменко // Прикладная математика и механика. – 1984. – т. 48, № 3. – с. 473–481.

### REFERENCES

1. Vlasenko Yu.E., Kuzmenko V.I. and Shumelchik K.I. *Zv'язani kontaktni zadachi mekhaniky deformivnoho tila* [Coupled contact problems of mechanics of deformable solids] *Problemy obchysliuvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruktstii : zb. nauk. prats / Dnipropetrovskii natsionalnyi universitet* [Problems of calculable mechanics and durability of constructions]. Dnipropetrovsk: Lira. 2012, no19, pp. 41-47. (in Ukrainian).
2. Vlasenko Yu.E. and Kuzmenko V.I. *Issledovaniye napriazhennogo sostoianniia uprugoplasticheskogo osnovaniia s pustotami slozhnoy struktury, zagruzhennogo tiagelym shtampom* [Foundations with cavities of difficult structure, high-usage a heavy stamp].// *Theoretical Foundations of Civil Engineering – Vol. 20, Warsaw, 2012, pp. 179-182. .* (in Russian).
3. Kuzmenko V.I. and Vlasenko Yu.E. *Kompiuternoye modelirovaniye povedeniia uprugoplasticheskikh osnovaniy slozhnoy struktury* [Computer modeling of behavior of resiliently-plastic grounds of complex structure] // *Problemy obchysliuvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruktstii : zb. nauk. prats / Dnipropetrovskii natsionalnyi universitet* [Problems of calculable mechanics and durability of constructions]. Dnipropetrovsk: Nauka i osvita, 2008, issue 12, pp. 113–122. (in Russian).

4. Kuzmenko V.I. and Vlasenko Yu.E. *Modelirovaniye neravnomernykh osadok sooruzheniy na uprugoplasticheskikh osnovaniyakh* [Modeling of the uneven sinking of building on resiliently-plastic grounds] // *Novyny nauky Prydniprova* [News of science of Prydniprova], 2006, no 6, pp. 34–40. (in Russian).
5. Kuzmenko V.I. *Kontaknyye zadachi dlia uprugoplasticheskoy polosy pri slozhnom nagruzhenii* [Contact tasks for a resilientlyplastic stripe during a complex lading]// *Izv. AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [The journal Mechanics of Solids], 1985, no 6, pp.128–135. (in Russian).
6. Kuzmenko V.I. *O kontaknykh zadachakh teorii plastichnosti pri slozhnom nagruzhenii* [About the contact tasks of theory of plasticity at a complex lading] // *Prikladnaia matematika i mekhanika* [Journal of Applied mathematics and mechanics], 1984, volume 48, no 3, pp. 473–481. (in Russian).