

Т. М. КАДИЛЬНИКОВА, докт. техн. наук.,
И. Л. ШИНКОВСКАЯ, И. П. ЗАЕЦ, Н. А. СИЛИНА.

Национальная металлургическая академия Украины

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИБРАЦИОННОЙ ОЧИСТКИ ПОВЕРХНОСТИ ПРОСЕИВАНИЯ ПРИ КЛАССИФИКАЦИИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Актуальность проблемы. Классификация сыпучих материалов является одним из основных процессов определяющих эффективность подавляющего большинства вибрационных технологий и машин. Просеивающая поверхность является основным рабочим элементом машин для классификации сыпучих материалов, так как на ней в процессе перемещения материал разделяется на различные классы. Основной проблемой классификации материалов является «залипание» и «забивание» просеивающей поверхности, что приводит к образованию завалов и остановке всего технологического процесса, а, следовательно, к непродуктивным потерям времени. Поэтому очень важно при проектировании просеивающих узлов заложить в конструкции такие технические решения, которые свели бы материальные потери к минимуму.

Анализ публикаций. В практике горнодобывающей, строительной, металлургической промышленности используется большое количество способов непрерывной очистки просеивающих поверхностей. Это, в первую очередь, механическое удаление «залипаний» и изменение геометрической формы поверхности просеивания [1], а также воздействие на просеивающий материал извне потоком жидкости или газа [2], нанесение на поверхность различных покрытий [3], применение конструкционных материалов с упругими свойствами для изготовления просеивающих поверхностей [4], импульсные воздействия [5].

Формирование цели и задач. В последнее время все чаще в технологических процессах, связанных с переработкой сыпучих материалов, применяется вибрационная очистка, как средство интенсификации производства. Интенсификация процесса классификации от действия вибрации достигается вследствие улучшения условий для продвижения слоя материала: за счет уменьшения величин коэффициента трения между материалом и просеивающей поверхностью, а также внутреннего коэффициента трения между частицами материала. Тем самым вибрационная очистка не только

предотвращает «залипание» и «забивание» просеивающей поверхности, но и способствует равномерному распределению материала по рабочей поверхности, облегчает прохождение зерен материала через отверстия и удаление надрешетчатого продукта.

Целью настоящей работы является математическое моделирование процессов вибрационной очистки. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи: построение математической модели «Твердая поверхность – материал – вибровозбудитель» и определение на ее основе частот колебаний вибровозбудителя.

Основная часть. Классифицируемый материал B_1 предположительно находится в вязкоупругом состоянии, просеивающая поверхность идеализируется жестким телом B_2 , вибровозбудитель B_3 представляет собой неуравновешенный ротор, приводимый от асинхронного электродвигателя и имеющий оси вращения, фиксированные в телах B_1, B_2 , которые мы назовем несущими телами. Представленные в системе элементы B_1, B_2, B_3 связаны между собой некоторыми «сосредоточенными» геометрическими связями, а также упругими и демпфирующими элементами.

Динамическая схема системы изображена на рис.1. Просеиваемый материал 1 может перемещаться относительно неподвижной просеивающей поверхности 2 в строго фиксированном направлении Ox . Просеивающая поверхность связана с жестким основанием 3 конструкции посредством упругих элементов 4 с жесткостью C и линейного демпфирующего элемента 5 с коэффициентом сопротивления K . На жестком основании конструкции установлен вибровозбудитель 6, оси которого перпендикулярны направлению колебаний просеивающей поверхности и который приводится в движение асинхронным электродвигателем.

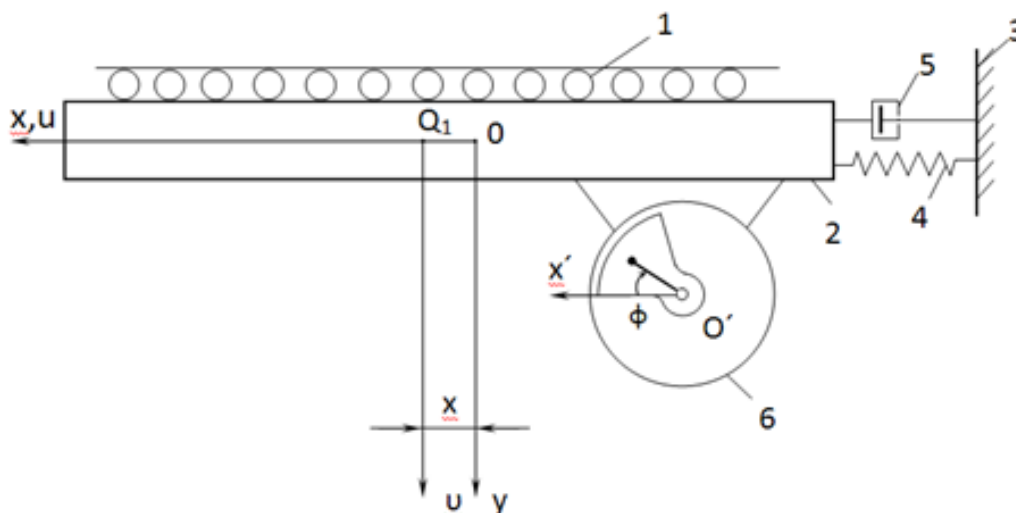


Рис.1. Динамическая схема системы вибрационной очистки.

Примем за обобщенные координаты системы смещение x массы материала μ от положения, соответствующего безвибрационному состоянию, и угол поворота φ , отсчитываемый от направления оси Ox по ходу часовой стрелки.

Тогда выражения для кинетической и потенциальной энергии запишутся в виде:

$$T = \frac{1}{2}\mu\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2); \quad (1)$$

$$П = \frac{1}{2}cx^2 + mg\varepsilon(1 - \sin \varphi), \quad (2)$$

где m, J - соответственно масса и момент инерции ротора вибровозбудителя относительно оси, проходящей через его центр тяжести O' ; g - ускорение свободного падения; ε - эксцентриситет ротора; x_c, y_c - координаты центра тяжести ротора в системе неподвижных осей xOy .

Для переменных x_c и y_c имеют место следующие соотношения:

$$x_c = u_0 + x + \varepsilon \cos \varphi; \quad (3)$$

$$y_c = v_0 - \varepsilon \sin \varphi,$$

где u_0, v_0 - постоянные, представляющие собой координаты оси вращения ротора в осях uO_1v .

Система координат uO_1v представляет собой оси, жестко связанные с массой материала μ и совпадающие с осями xOy при $x = 0$.

Продифференцируем выражение (3) по обобщенным координатам:

$$\dot{x}_c = \dot{x} - \varepsilon \sin \varphi \cdot \dot{\varphi};$$

$$\dot{y}_c = -\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}.$$

Возведем во вторую степень полученные выражения:

$$\dot{x}_c^2 = \dot{x}^2 - 2\varepsilon\dot{x} \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} + \varepsilon^2 \sin^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2; \quad (4)$$

$$\dot{y}_c^2 = -\varepsilon \cos^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2.$$

Найдем сумму полученных в (4) выражений:

$$\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 = \dot{x}^2 - 2\varepsilon\dot{x} \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} + \varepsilon^2 \dot{\varphi}^2. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), после преобразований получаем:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2 - m\varepsilon\dot{x} \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}, \quad (6)$$

где $M = \mu + m$; $I = J + m\varepsilon^2$.

Для описания динамической системы вибрационной очистки будем применять уравнение Лагранжа второго рода [6]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + Q_j, \quad (7)$$

где q_j – обобщенные координаты системы; Q_j – соответствующие обобщенным координатам неконсервативные силы.

Для обобщенных координат уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x} + Q_x, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} + Q_y, \quad (9)$$

где Q_x, Q_y – обобщенные неконсервативные силы.

Воспользуемся уравнениями (1), (2) и найдем входящие в (8), (9) дифференциалы:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = C \cdot x;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -mg\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} - m\varepsilon \sin \varphi \dot{\varphi}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = -\dot{x}m\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = I\dot{\varphi} - \dot{x} \varepsilon \sin \varphi.$$

Тогда $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}}$ и $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}$ примут следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = M\ddot{x} - m\varepsilon \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = I\ddot{\varphi} - \ddot{x}\varepsilon \sin \varphi. \quad (11)$$

С учетом (10), (11), дифференциальные уравнения (8), (9) примут вид:

$$M\ddot{x} - m\varepsilon \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi} = -Cx + Q_x; \quad (12)$$

$$\ddot{\varphi} - \ddot{x}\varepsilon \sin \varphi + \dot{x}m\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 = mg\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + Q_y. \quad (13)$$

Для неконсервативных сил динамической системы имеют место следующие соотношения:

$$Q_x = -K \cdot \dot{x}; \quad Q_y = L(\dot{\varphi}) - R(\dot{\varphi}),$$

где $L(\dot{\varphi})$ - вращающий момент асинхронного электродвигателя; $R(\dot{\varphi})$ - момент сил сопротивления вращению, обусловленный, как правило, сопротивлениями в подшипниках.

Тогда уравнения (12) и (13) принимают следующий вид:

$$M\ddot{x} + K \cdot \dot{x} + Cx = m\varepsilon \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}; \quad (14)$$

$$I\ddot{\varphi} = \ddot{x}\varepsilon m \sin \varphi - \dot{x}m\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - mg\varepsilon \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + L(\dot{\varphi}) - R(\dot{\varphi}) \quad (15)$$

Уравнение (14) является уравнением колебаний материала, а уравнение (15) – уравнение движения ротора вибровозбудителя.

Для решения уравнений (14), (15) воспользуемся методом Пуанкаре [7]. Для этого проведем линеаризацию функций $L(\dot{\varphi})$ и $R(\dot{\varphi})$ вблизи значения $\dot{\varphi} = \sigma \cdot \omega$, где ω – абсолютная величина средней скорости сращения ротора;

$$\sigma = \begin{cases} 1, & \text{если ротор вибровозбудителя вращается по часовой стрелке;} \\ -1, & \text{если ротор вибровозбудителя вращается против часовой стрелки.} \end{cases}$$

Линеаризованные функции будут иметь следующий вид:

$$L(\dot{\varphi}) = L(\sigma \cdot \omega) - K^*(\dot{\varphi} - \sigma \cdot \omega); \quad (16)$$

$$R(\dot{\varphi}) = \sigma R(\omega) + K^0(\dot{\varphi} - \sigma \cdot \omega), \quad (17)$$

$$\text{где } K^* = -\frac{dL}{d\dot{\varphi}}(\sigma \cdot \omega); \quad K^0 = \frac{dR}{d\dot{\varphi}}(\sigma \cdot \omega).$$

Коэффициенты K^*, K^0 называются соответственно коэффициентами электрического и механического демпфирования.

Введем в рассмотрение малый параметр δ . Тогда, с учетом (16), (17), уравнения (14), (15) примут вид:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + Cx = m\varepsilon \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi} - K_x \cdot \dot{x}; \\ I\ddot{\varphi} + K_s(\dot{\varphi} - \sigma \cdot \omega) = \delta\Phi(\varphi, \ddot{x}), \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{где } K_s = K^* + K^0; \quad K_x = \delta \cdot K;$$

$$\delta\Phi(\varphi, \ddot{x}) = L(\sigma \cdot \omega) - \sigma R(\omega) + \varepsilon m (\ddot{x} \sin \varphi - \dot{x} \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}).$$

Такой способ введения малого параметра соответствует допущению о равномерном вращении ротора, а также предположению, что сила трения в колебательной части системы можно считать малой по сравнению с силой упругости, силой инерции, вынуждающей силой.

Для системы уравнений (18) составим порождающую систему, согласно [7]:

$$\begin{cases} M\ddot{x}^0 + Cx^0 = m\varepsilon \sin \varphi^0 \cdot \ddot{\varphi}^0; \\ I\ddot{\varphi}^0 + K_s(\dot{\varphi}^0 - \sigma \cdot \omega) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Система (19) допускает семейство решений:

$$\varphi^0 = \sigma(\omega t + \alpha); \quad x^0 = -\frac{\omega^4}{\omega^2 - p^2} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon}{M} \cdot \cos(\omega t + \alpha_j),$$

где α – начальная фаза вращения ротора вибровозбудителя; α_j – параметры порождающего решения; p – частота вынуждающей силы; t – время.

Основное уравнение для определения параметров порождающего решения будет иметь вид:

$$P(\alpha_j) = \frac{\sigma}{K} \langle \delta\Phi(\varphi^0; x^0) \rangle = 0, \quad (20)$$

где знак $\langle \rangle$ указывает на усреднение содержащегося в нем выражения по переменной t .

Проводя усреднение системы (19), получаем:

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \frac{1}{\sigma}; \quad \langle \sin \sigma \cdot \alpha \rangle = \sigma \cdot \sin \alpha; \quad \langle \cos \sigma \cdot \alpha \rangle = \cos \alpha; \\ \langle \sin(\omega t + \alpha) \cdot \cos(\omega t + \alpha_j) \rangle &= \frac{1}{2} \sin(\alpha - \alpha_j); \\ \langle \sin(\omega t + \alpha) \cdot \sin(\omega t + \alpha_j) \rangle &= \langle \cos(\omega t + \alpha) \cdot \cos(\omega t + \alpha_j) \rangle = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \alpha_j); \\ \langle L(\sigma \cdot \omega) - \sigma R(\omega) \rangle &= L(\sigma \cdot \omega) - \sigma R(\omega); \\ \langle \ddot{x}^0 \sin \varphi^0 \rangle &= \frac{\omega^4}{\omega^2 - p^2} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon}{M} \cdot \langle \cos(\omega t + \alpha_j) \cdot \sin(\omega t + \alpha) \rangle \\ &= \frac{1}{2} \sin(\alpha - \alpha_j) \frac{\sigma \cdot \omega^4}{\omega^2 - p^2} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon}{M}; \\ \langle g \cos \varphi^0 \cdot \dot{\varphi}^0 \rangle &= g \langle \cos(\omega t + \alpha) \cdot \dot{\varphi}^0 \rangle = 0; \\ \langle \dot{\varphi}^{02} \cos \varphi^0 \cdot x^0 \rangle &= \frac{\omega^4}{\omega^2 - p^2} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon}{M} \cdot \langle \cos(\omega t + \alpha) \cdot \dot{\varphi}^0 \rangle = 0. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (20) запишется в виде:

$$P(\alpha_j) = \frac{1}{K} [Z(\sigma \cdot \omega) - W(\alpha_j)]. \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Z(\sigma \cdot \omega) &= \sigma \cdot L(\sigma \cdot \omega) - R(\omega); \\ W(\alpha_j) &= -\frac{1}{2} \sin(\alpha - \alpha_j) \frac{\omega^4}{\omega^2 - p^2} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon}{M}. \end{aligned}$$

Согласно [7], условие баланса энергии в системе имеет вид:

$$Z(\sigma \cdot \omega) = 0. \quad (22)$$

Это условие служит для определения частот колебаний ω .

Для существования единственного решения уравнения (22) необходимо выполнения следующего условия:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial \alpha_1} - \lambda & \frac{\partial P}{\partial \alpha_2} \dots \dots \dots & \frac{\partial P}{\partial \alpha_j} \\ \frac{\partial P}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial P}{\partial \alpha_2} - \lambda \dots \dots \dots & \frac{\partial P}{\partial \alpha_j} \\ \frac{\partial P}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial P}{\partial \alpha_2} \dots \dots \dots & \frac{\partial P}{\partial \alpha_j} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (23)$$

где λ – резонансная частота колебаний системы.

Таким образом, полученные соотношения (18) – (23) позволяют в первом приближении находить частоту колебаний вибровозбудителя, необходимую для получения максимально возможной амплитуды колебаний вязкоупругого материала на твердой просеивающей поверхности.

Выводы. 1. Построена динамическая система «Твердая поверхность – материал – вибровозбудитель», на основе которой получена математическая модель колебаний вязкоупругого материала.

2. Получены аналитические зависимости для нахождения частот колебаний вибровозбудителя, необходимые для «отрыва» материала от твердой поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бедин В.В. Обоснование и выбор параметров наклонных вибрационных мельниц для измельчения влажных отходов карбонатных карьеров.- Дис. на соиск. учен. спен. канд. техн. наук. – М., 1985. - 180 с.

2. Патент Германии №19532770. Грохот- мкн В 07 В 4/08. 6.03.97.

3. Croppe K. Ein neuer verstopfungs freier Siebbelag // Steinbruch und Sandgrube.- 1989. 82. №8.- С.530-537.

4. Синельникова Л.Н. Оборудование для тонкого грохочения за рубежом.- М.: Цвет мет информация, 1977. - 205 с.

5. Allgaier optimiert Siebung mit Hilfe von Ultraschallreinigung // Aufbereitungs – Technik.- 1996. 37. № 7- С. 343-348.

6. Бутенин Н.В., Элементы теории нелинейных колебаний. Л.: Судпромгиз, 1962. - 195с.

7. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. - 352 с.

УДК 669.162.2

А. Н. СЕЛЕГЕЙ, канд. техн. наук.

Национальная металлургическая академия Украины

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ЗАСТЫВШЕЙ ЛЕТОЧНОЙ МАССЫ

Актуальность вопроса. При расчете энергосиловых параметров вскрытия чугунной летки доменной печи необходимо знать основные механические характеристики застывшей леточной массы [1, 2].

Анализ публикаций. Приведенные в литературе данные по значению временного сопротивления при сжатии для леточных масс определялись с существенными ограничениями, влияющими на достоверность информации о механических свойствах. Перед механическими испытаниями образцы массы просто спекались без