

УДК 624.042.7

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМПФИРОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ КОНСТРУКЦИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ЛИРА-САПР

БАРАБАШ М.С.<sup>1\*</sup>, *д.т.н., с.н.с.*,  
ПИКУЛЬ А.В.<sup>2\*</sup>  
ПИСАРЕВСКИЙ Б.Ю.<sup>3\*</sup>

<sup>1\*</sup>Национальный авиационный университет, проспект Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058; ООО «ЛИРА САПР», Кияновский пер., 7а, Киев, 04053; Украина тел: +38 (095) 286-39-90; [www.liraland.ua](http://www.liraland.ua) <http://orcid.org/0000-0003-2157-521X>

<sup>2\*</sup>Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Воздухофлотский проспект, 31, Киев, 03037; ООО «ЛИРА САПР», Кияновский пер., 7а, Киев, 04053; Украина тел: +38 (097) 217-68-79; e-mail: [Anatol.Pikul@gmail.com](mailto:Anatol.Pikul@gmail.com)  
[www.liraland.ua](http://www.liraland.ua) <http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

<sup>3\*</sup>ООО «ЛИРА САПР», Кияновский пер., 7а, Киев, 04053; Украина тел./факс: +38 (044) 590 58 85, e-mail: [ikst1234@gmail.com](mailto:ikst1234@gmail.com) <http://orcid.org/0000-0002-1001-2879>

**Аннотация.** *Целью* статьи является обоснование необходимости учета физико-механических свойств грунта и различных материалов возводимой конструкции для гашения колебаний при динамических воздействиях; предложение инструментов моделирования демпфирующего эффекта (естественного или инженерного искусственного) между фундаментом и основанием. Предложена *методика* моделирования работы конструкции при динамическом воздействии во времени и при учете материального демпфирования. Предлагается и реализовано в программном комплексе два варианта моделирования демпфирующего эффекта – сочетание рэлеевского демпфирования (для сооружения) и задания конечного элемента вязкого демпфирования. При решении поставленной задачи были получены следующие *результаты*: описан физический смысл материального демпфирования; вычислены коэффициенты Рэлея через модальные степени демпфирования. Проведено численное исследование здания совместно с грунтовым основанием на сейсмические воздействия с применением разработанного конечного элемента вязкого демпфирования. Реализовано решение задачи на динамическое воздействие во времени. Выполнено сравнение амплитудных значений перемещений, скоростей и ускорений в уровнях этажей. В результате выполненного сравнительного анализа результатов расчета с учетом и без учета материального демпфирования подтверждено значительное влияние материального демпфирования на напряженно-деформированное состояние конструкции. *Научная новизна* работы заключается в следующем: обоснован факт возникновения демпфирующего эффекта, независимо от наличия установленных конструктивных демпфирующих устройств; реализована методика учета демпфирования с помощью коэффициентов Рэлея; разработан специальный демпфирующий элемент – конечный элемент вязкого демпфирования (КЭ №62) и описана его работа в виде линейной математической модели. *Практическая значимость работы*: приведенная методика и разработанный конечный элемент позволяют корректно провести численные эксперименты и разработать ряд конструктивных мероприятий по сейсмобезопасности зданий и сооружений.

**Ключевые слова:** динамическое воздействие; численное моделирование; компьютерное моделирование; материальное демпфирование; конструктивное демпфирование; динамика во времени; ПК ЛИРА-САПР

## МОДЕЛЮВАННЯ ДЕМПФІРУВАННЯ ПРИ РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЙ НА ДИНАМІЧНИЙ ВПЛИВ В ПРОГРАМНОМУ КОМПЛЕКСІ ЛІРА-САПР

БАРАБАШ М.С.<sup>1\*</sup>, *д.т.н., с.н.с.*,  
ПІКУЛЬ А.В.<sup>2\*</sup>  
ПІСАРЕВСЬКИЙ Б.Ю.<sup>3\*</sup>

<sup>1\*</sup> Національний авіаційний університет, проспект Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058; ТОВ «ЛІРА САПР», Кияновский пер., 7а, Киев, 04053; Україна тел: +38 (095) 286-39-90; [www.liraland.ua](http://www.liraland.ua) <http://orcid.org/0000-0003-2157-521X>

<sup>2\*</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, 03037; ТОВ «ЛІРА САПР», Кияновский пер., 7а, Киев, 04053; Україна тел: +38 (097) 217-68-79; e-mail: [Anatol.Pikul@gmail.com](mailto:Anatol.Pikul@gmail.com)  
[www.liraland.ua](http://www.liraland.ua) <http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

<sup>3\*</sup>ТОВ «ЛІРА САПР», Кияновский пер., 7а, Київ, 04053; Україна тел./факс: +38 (044) 590 58 85, e-mail: [ikst1234@gmail.com](mailto:ikst1234@gmail.com)  
<http://orcid.org/0000-0002-1001-2879>

**Анотация.** *Метою* статті є обґрунтування необхідності врахування фізико-механічних властивостей ґрунту і різних матеріалів конструкції для гасіння коливань при динамічних впливах; реалізація інструментів моделювання демпфуючого

ефекту (природного або інженерного штучного) між фундаментом і основою. Запропоновано методику моделювання роботи конструкції при динамічному впливі в часі і при врахуванні матеріального демпфування з урахуванням різноматеріальних частин конструкції. Пропонується і реалізовано в програмному комплексі два варіанти моделювання демпфуючого ефекту - поєднання релєвського демпфірування (для споруди) і завдання скінченного елемента в'язкого демпфірування. При вирішенні поставленого завдання були отримані наступні **результати**: описаний фізичний зміст матеріального демпфування; обчислені коефіцієнти Релєя через модальні ступені демпфування. Проведено чисельне дослідження будівлі спільно з ґрунтовою основою на сейсмічні впливи з застосуванням розробленого скінченного елемента в'язкого демпфування. Реалізовано вирішення задачі на динамічний вплив в часі. Виконано порівняння амплітудних значень переміщень, швидкостей і прискорень в рівнях поверхів. В результаті порівняльного аналізу результатів розрахунку з урахуванням і без урахування матеріального демпфірування підтверджено значний вплив матеріального демпфірування на напружено-деформований стан конструкції. **Наукова новизна** роботи полягає в наступному: обґрунтований факт виникнення демпфіруючого ефекту, незалежно від наявності встановлених конструкційних демпфіруючих пристроїв; реалізована методика врахування демпфірування за допомогою коефіцієнтів Релєя; розроблений спеціальний демпфіруючий елемент - скінченний елемент в'язкого демпфірування (KE №62) і описана його робота у вигляді лінійної математичної моделі. **Практична значимість** роботи: наведена методика і розроблений скінченний елемент дозволяють коректно провести чисельні експерименти і розробити ряд конструктивних заходів по сейсдобезпеці будівель і споруд.

**Ключові слова:** динамічний вплив; чисельне моделювання; комп'ютерне моделювання; матеріальне демпфірування; конструкційну демпфірування; динаміка в часі; ПК ЛІРА-САПР

## MATERIAL DAMPING IN DYNAMIC ANALYSIS OF STRUCTURES (WITH LIRA-SAPR PROGRAM)

BARABASH M.S.<sup>1</sup> – *Dr., Prof.*

PIKUL A.V.<sup>2</sup>

PYSAREVSKIY B. Y.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> -Department of Computer Technology Building, Institute of Airports, National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova, 03058, Kiev, UKRAINE. phone: +38 (095) 286-39-90; e-mail: bmari@ukr.net., <http://www.liraland.ru>

<sup>2</sup> Department of Metal and Wood Structures at Kyiv National University of Construction and Architecture, 31, Povitroflotsky Avenue, Kyiv, 03037, Ukraine; тел: +38(097)217-68-79 e-mail: Anatol.Pikul@gmail.com <http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

<sup>3</sup> Kiev, 04053, Ukraine, 7a Kiyansky side street phone/fax: +38 (044) 590 58 85, e-mail: [mikst1234@gmail.com](mailto:mikst1234@gmail.com)

**Abstract.** The *purpose* of this paper is to justify that it is necessary to take account of physical and mechanical properties of soil and different materials of erected structure for damping vibrations in dynamic loads; to suggest tools for modelling the damping effect (natural or engineering induced) between foundation and soil. Certain *technique* is suggested for modelling behaviour of structure in time history analysis with account of material damping. In the software, the damping effect is modelled in two variants: Rayleigh damping (for structure) and finite element of viscous damping. When solving this problem, the following *results* were obtained: physical meaning of material damping is described; Rayleigh damping coefficients were computed through modal damping coefficients. Numerical analysis is carried out for the structure together with soil in earthquake load using developed FE of viscous damping. Time history analysis was carried out for the problem. Peak values of displacement, speed and acceleration at the floor levels were compared. Analysis results are compared (with and without account of material damping). Significant influence of damping on the stress-strain state of the structure is confirmed. *Scientific novelty* of the paper is in the following: the damping effect is proved to happen regardless of the presence of installed structural damping equipment; technique for account of damping with Rayleigh damping coefficients is developed; new damping element is developed – FE of viscous damping (FE 62), its behaviour is described as linear mathematical model. *Practical implications* of the paper: developed technique and new FE enables the user to carry out numerical analysis properly and work out a set of measures on seismic safety for buildings and structures.

**Key words:** dynamic load, numerical modelling, computer modelling, material damping, structural damping, time history analysis, LIRA-SAPR.

### ВВЕДЕНИЕ

Динамика сооружений как наука зародилась в 20-х гг. XX в.; её возникновение было обусловлено практическими нуждами строительства, значительным увеличением динамических нагрузок на сооружения: повышением мощностей и скоростей движения машин, скоростей подвижных нагрузок и т.д. Однако развитие динамики сооружений в эти годы существенно отставало от её теоретической базы — теории колебаний и строительной механики,

и фактической информации, доставляемой динамическими испытаниями сооружений.

Возрастание мощности компьютеров, развитие информационных технологий и методов компьютерного моделирования наряду с численными методами в последние 20 лет дали новый толчок развитию динамики сооружений, позволив с помощью компьютерного моделирования и численных экспериментов практически решать сложные задачи.

### ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Дифференциальное уравнение движения конструкции записывается в виде [1]:

$$[K]\{U\} + [C]\{\dot{U}\} + [M]\{\ddot{U}\} = \{P(t)\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы,  
 $[C]$  – матрица демпфирования,  
 $[M]$  – матрица масс,  
 $\{U\}, \{\dot{U}\}, \{\ddot{U}\}$  – неизвестные вектора узловых

перемещений, скоростей, ускорений.

$\{P(t)\}$  – вектор внешних узловых нагрузок в

момент времени  $t$ .

Для решения дифференциальных уравнений движения системы существует два основных метода: разложение по формам собственных колебаний и прямое (или не прямое) интегрирование уравнений движения. Метод разложения по формам собственных колебаний применим только для линейного расчета, так как принцип суперпозиций не применяется в нелинейной теории. Методы прямого интегрирования, такие как метод Рунге-Кутты, метод Ньюмарка, метод Вильсона, метод центральных разностей и др. могут применяться для решения всех задач динамического расчета конструкций.

Так, решение системы уравнений движения на основе метода Ньюмарка [1,2,3,4] в матричном виде

$$\{B\}_{i+1} = F(\alpha\Delta t) [M] \frac{1}{\alpha\Delta t} \{U\}_i + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right) \{\dot{U}\}_i + \left(\frac{1}{\gamma\Delta t}\right) \{U\}_i + \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \{\dot{U}\}_i + \left(\frac{1}{2\gamma} - 1\right) \Delta t \{\ddot{U}\}_i \quad (2)$$

$$[A]\{U\}_{i+1} = \{B\}_{i+1} \quad (4)$$

где  $[A]$  – эффективная матрица жесткости,  $\{B\}$  – эффективный вектор нагрузок, а  $\alpha, \beta, \gamma$  – коэффициенты интегрирования.

Скорости и ускорения узлов системы вычисляются с помощью выражений:

$$\{\dot{U}\}_{i+1} = \frac{1}{\gamma\Delta t} (\{U\}_{i+1} - \{U\}_i) + \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) \Delta t \{\ddot{U}\}_i \quad (5)$$

$$\{\ddot{U}\}_{i+1} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} (\{U\}_{i+1} - \{U\}_i) - \frac{1}{\alpha\Delta t} \{\dot{U}\}_i + \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \{\ddot{U}\}_i \quad (6)$$

Для полного и достоверного описания напряженно-деформированного состояния (НДС) любого здания, необходимо не только учесть абсолютно все факторы, описывающие реальный объект, такие как его геометрические параметры, физико-механические свойства материала, учесть формирование начальных напряжений и деформаций при возведении здания, но и с высокой точностью определить внешние воздействия и их характер. К числу характерных примеров взаимодействия нагрузок с объектом относятся многие режимы динамического нагружения.

В действующих нормативных документах принято, что сейсмическое ускорение фундаментов (и всего сооружения) и основания совпадает [5]. Однако, инструментальные данные свидетельствуют, что ускорение фундаментов могут в несколько раз отличаться от ускорений грунтов основания. Это обстоятельство можно объяснить тем, что не вся энергия сейсмического возмущения от грунта основания передается на фундамент, т.е. передается некоторая часть возмущения из-за особенностей связей между фундаментом и основанием. «Потеря» (утечка) части этой энергии может происходить по ряду причин:

- из-за демпфирующего эффекта (естественного или инженерного искусственного) связей между фундаментом и основанием (в том числе из-за сейсмоизоляции);

- из-за «проскальзывания» горизонтальной сейсмической волны под фундаментом (при преодолении сил трения и специфики односторонних связей между фундаментом и основанием);

- из-за разброса жесткостей и величины масс в моделях здания (высотная и стилобатная части) [6].

Рассмотрим случай демпфирующего эффекта. При динамических воздействиях на конструкцию всегда присутствует фактор демпфирования. Демпфирование может обеспечиваться конструктивными устройствами – демпферами (гасителями колебаний). Но даже в случае если демпферы не устанавливаются, то фактор демпфирования все равно присутствует и обуславливается материальным демпфированием. Сама конструкция уже обладает свойством гашения колебаний, особенно если она достаточно массивная. Во время сильного землетрясения деформации такого сооружения выйдут за границу упругости и конструкция не разрушится только благодаря своей способности деформироваться неупруго. Неупругие деформации приобретают формы локализованных пластических шарниров, что приводит к увеличению податливости и поглощению энергии. При этом большая часть энергии землетрясения поглощается конструкцией через локальные повреждения. Мощным гасителем колебаний также является грунтовый массив, на котором возводится конструкция.

Точное описание демпфирующих сил, связанных с диссипацией энергии, является чрезвычайно сложной задачей. Они могут зависеть от перемещений, скоростей, напряжений или от других факторов. Большинство механизмов диссипации энергии в колебательных системах являются нелинейными и не могут быть сведены ни к линейному вязкому демпфированию, ни к линейному гистерезисному демпфированию.

Тем не менее, идеализированные модели демпфирования необходимо включать в расчет, поскольку они часто дают удовлетворительное приближение к реальной работе конструкции.

Учет материального демпфирования при моделировании работы конструкции позволяет получить более адекватную картину НДС по сравнению с таким же расчетом без учета демпфирования.

Разные материалы имеют разные свойства и дают разный вклад в гашение колебаний. Физический смысл материального демпфирования обуславливается переходом механической энергии в тепловую, что происходит за счет микропластичности, а не вязкости как в жидкостях и газах. Вязкое демпфирование можно использовать при любой форме возбуждения. Матрица коэффициентов вязкого демпфирования [C] в модели Рэлея [6, 7] определяется в виде линейной комбинации матрицы жесткости системы [K] и матрицы масс системы [M] с коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$  представляемое в виде:

$$[C] = \beta[K] + \alpha[M],$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты Рэлея

Для учета разноматериальности частей конструкции для каждого элемента можно задать свои коэффициенты Рэлея (рис.1), и, таким образом, сформировать комбинированную матрицу диссипации. Матрица масс сооружения соответствует матрице масс всей системы, а вот матрица жесткости — нет: жесткость грунтовой пружины в эту матрицу не войдет [6]. -

Значения коэффициентов Рэлея ( $\alpha$  и  $\beta$ ) в общем случае не известны Для определения коэффициентов необходимо произвести модальный анализ конструкции и задав эмпирические коэффициенты демпфирования для материала при двух наименьших собственных частотах и вычислить коэффициенты через модальные степени демпфирования:

$$\alpha = \frac{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j}{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j}, \beta = \frac{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j}{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j}$$

где  $\omega_i, \omega_j$  – собственные частоты;

$\xi_i, \xi_j$  – модальные степени демпфирования (отношение действительного демпфирования к критическому демпфированию для данной формы колебаний).

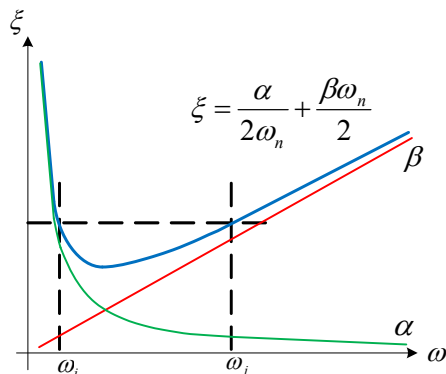


Рис. 1. Зависимость коэффициента демпфирования от частоты по Рэлею / Dependence of the damping coefficient on the Rayleigh frequency

Для учета эффекта инженерно-конструкционного демпфирования в ПК ЛИРА-САПР разработан специальный демпфирующий элемент – конечный элемент вязкого демпфирования (КЭ №62), схема которого показана на рис.2.

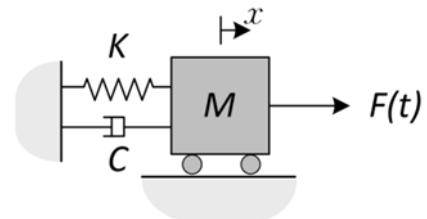


Рис 2. Система пружина-демпфер / Spring-damper system

Рассмотрим работу этого элемента.

Потеря энергии за один цикл колебаний в таком элементе может быть определена как

$$W_d = \int F_d dx, \tag{7}$$

где  $F_d$  – сила демпфирования.

В линейной математической модели сила вязкого демпфирования  $F_d = C \cdot \dot{x}$ .

Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = X \cdot \sin(\omega t - \varphi), \tag{8}$$

а скорость движения определяется выражением

$$\dot{x} = \omega X \cdot \cos(\omega t - \varphi), \tag{9}$$

С учетом того, что  $dx = \dot{x} dt$ , можем записать

$$W_d = \int C \dot{x} dx = \int C \dot{x}^2 dt, \tag{10}$$

Тогда потеря энергии за один цикл колебаний равна

$$W_d = C \omega^2 \cdot X^2 \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2(\omega t - \varphi) dt = \pi C \omega X^2, \tag{11}$$

При резонансе  $\omega = \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$ , а также,  $C = 2\zeta \sqrt{KM}$

$$W_d = 2\zeta \pi K X^2, \tag{12}$$

Уравнение (9) можно записать в виде

$$\dot{x} = \pm \omega X \sqrt{1 - \sin^2(\omega t - \varphi)} = \pm \omega \sqrt{X^2 - x^2}, \tag{13}$$

Сила демпфирования

$$F_d = C \cdot \dot{x} = \pm C \omega \sqrt{X^2 - x^2}, \tag{14}$$

Выражение (14) можно представить в виде:

$$\left(\frac{F_d}{C \omega X}\right) + \left(\frac{x}{X}\right) = 1, \tag{15}$$

Другие механизмы диссипации энергии могут быть представлены в виде вязкого демпфера путем приравнивания работы за один цикл, как это сделано для вязкого демпфера.

$$W_d = \pi C_{eq} \omega X^2, \tag{16}$$

Следовательно, эквивалентный коэффициент демпфирования определяется как

$$C_{eq} = \frac{W_d}{\pi \omega X^2}, \tag{17}$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрим пример расчета здания совместно с грунтовым основанием, при учете сейсмических воздействий в плоской постановке (рис.3). Как уже говорилось, конструктивная безопасность включает в себя пространственное представление системы «наземная часть – фундамент – грунтовое основание». При этом система должна быть законструирована таким образом, чтобы обладать способностью перераспределения усилий при разрушении отдельных конструктивных элементов и выведения из работы некоторых связей, т.е. чтобы локальные повреждения не вызывали глобального обрушения. Связи данной системы с основанием, т.е.

источники сейсмических воздействий, не должны передавать негативные воздействия от основания на фундамент здания (сооружения), или, по крайней мере, должны их уменьшать.

Для наглядности влияния демпфирования выполним сравнение амплитудных значений перемещений, скоростей и ускорений в уровнях этажей. Расчет выполнен в программном комплексе ЛИРА-САПР, в котором реализовано решение задачи на динамическое воздействие во времени на основе метода Ньюмарка. Динамическое воздействие представляет собой синтезированную акселерограмму, приложенную в уровнях этажей. Массы собраны в узлах рам. [8,9].

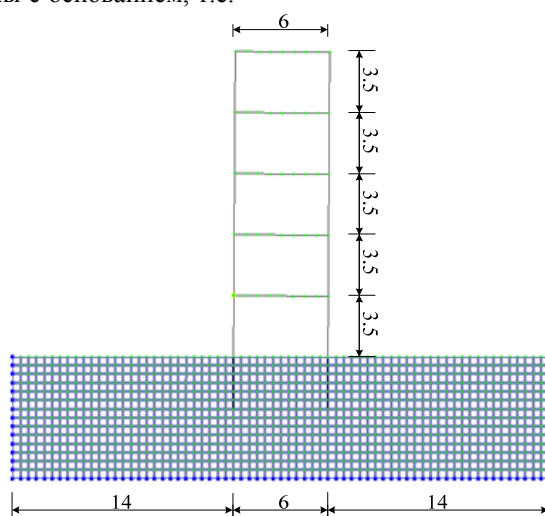


Рис. 3. Расчетная схема тестовой задачи. Сечение ригелей 80x40 см, колонн 60x40 см. Материал — бетон, грунт — суньсь / Calculation scheme of the test problem. Cross-section of crossbars 80x40 cm, columns 60x40 cm. Material - concrete, ground - sandy loam

Для учета демпфирования на основе модального анализа системы определим наименьшие собственные частоты, которые составляют 46,72 и 147,84 рад/с. Им соответствуют коэффициенты Рэлея  $\alpha = 3,55$  и  $\beta = 0,000514$ . В табл.1 приведены результаты расчета с

учетом и без учета демпфирования. В связи с тем, что коэффициент демпфирования конструкций здания на несколько порядков меньше коэффициента демпфирования грунта, то им можно пренебречь.

Таблица 1

Этаж	Без демпфирования			С учетом демпфирования		
	Горизонтальное перемещение, мм	Скорость, мм/с	Ускорение, мм/с <sup>2</sup>	Горизонтальное перемещение, мм	Скорость, мм/с	Ускорение, мм/с <sup>2</sup>
1	21,97	23,91	146,3	18,52	4,78	26,63
2	50,98	52,03	303,79	43,4	11,76	57,09
3	80,72	80,67	462,2	68,92	18,89	91,50
4	110,54	109,23	623,04	94,52	26,07	126,47
5	140,31	137,7	785,9	120,15	33,22	161,74

Анализируя результаты, приведенные в табл.1 можно сделать выводы, что учет демпфирования значительно влияет на НДС конструкции.

### ВЫВОДЫ

Развитие и применение методов конструктивной сейсмобезопасности диктуется современной объективной необходимостью и объясняется требованиями повышения безопасности (живучести)

строений, стремясь обойти сложности моделирования сейсмических воздействий и несовершенства теории и методов расчета.

Разработка новых методов численного моделирования с учетом перспективных разработок методов расчета на динамические воздействия, таких

как учет нелинейных свойств материалов, учет материального демпфирования позволяет корректно провести численные эксперименты и разработать ряд конструктивных мероприятий по сейсмобезопасности зданий и сооружений.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Клаф Р. Динамика сооружений / Клаф Р., Пензиен Дж. - М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. Городецкий А. С. Компьютерные модели конструкций / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 360 с.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов /Пер. С англ. А.С. Алексеева и др.; Под ред. А.Ф. Смирнова. - М.: Стройиздат, 1982 — 448с.
4. Назаров Ю. П. Расчетные модели сейсмических воздействий / Ю. П. Назаров. – М.: Наука, 2012. – 414 с.
5. Будівництво у сейсмічних районах України: ДБН В.1.1 – 14:2014 / науковий керівник Ю.І. Немчинов. - [Чинні від 2014-10-01]. – К.: Мінрегіон України, 2014. - VI, – 110 с. – (Будівельні норми України).
6. Тяпин А.Г. Демпфирование в прямом и модальном методах: эффект искусственного «урезания» коэффициентов. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2012. №4. С.29-35.
7. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. — СПб: Наука. 1998. 255 с.
8. Барабаш М. С. Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства: Монография. – К.: Изд-во «Сталь», 2014. – 301 с.
9. Пікуль А.В., Барабаш М.С. Проблеми моделювання динамічних впливів. Реалізація в ПК ЛІРА-САПР // Збірка тез доповідей міжнародної науково-технічної конференції, присвяченої 90-річчю з дня народження професора В.К. Єгупова “Проблеми теорії і практики сейсмостійкого будівництва” - Одеса: ОДАБА, 2016. – 124 с.

### REFERENCES

1. Clough R. and Penzien J. Dinamika sooruzheniy [Dynamics of structures]. Moscow: Stroyizadt, 1979, 320 p. (in Russian).
2. Gorodetsky A.S. and Ievzerov I.D. Kompyuternye modeli konstruksiy [Computer models of structures]. Kiev: Fakt, 2007, 393 p. (in Russian).
3. Bate K. and Wilson E. Chislennyye metody i metod konechnykh elementov [Numerical methods in finite element analysis]. Moscow: Stroyizadt, 1982, 448 p. (in Russian).
4. Nazarov Y.P. Raschetnyye modeli seysmicheskikh vozdeystviy [Calculation models of seismic actions]. Moscow: Nauka, 2012, 414 p. (in Russian).
5. Minregion Ukrainy. Budivnitstvo u seysmichnih rayonah Ukrayini DBN B.1.1 – 14:2014 [State building standards V.1.1-14:2014. Construction in seismic areas of Ukraine]. Kyiv, 2014, 110 p. (in Ukrainian).
6. Tyapin A.G. Dempfirovanie v pryamom i modalnom metodah: effekt iskusstvennogo «urezaniya» koeffitsientov [Damping in direct and modal methods: the effect of artificial "cutting" the coefficients]. Seysmostoykoe stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy – [Seismic resistant construction. Safety of buildings]. 2012, no. 1, pp 29-35. (in Russian).
7. Birbraer A.N. Raschet konstruksiy na seysmostoykost [Calculation of structures for earthquake resistance]. St. Petersburg: Nauka, 1998, 255 p. (in Russian).
8. Barabash M.S. Kompyuternoe modelirovanie protsessov zhiznennogo tsikla ob'ektov stroitelstva [Computer modelling of the life cycle processes of construction objects]. Kiev: Izd-vo Stal, 2014, 301 p. (in Russian).
9. Pikul A.V. and Barabash M.S. Problemi modelyuvannya dynamichnih vpliviv. Realizatsiya v PK LIRA-SAPR [Problems of modeling dynamic actions. Implementation in the PC LIRA-SAPR]. Zbirka tez dopovidey mizhnarodnoyi nauково-tehничnoyi konferentsiyi, prisyvachenoyi 90-richchyu z dnya narodzhennya profesora V.K. Egupova “Problemi teoriyi i praktiki seysmostiykogo budivnitstva” - [Collection of abstracts of the international scientific and technical conference devoted to the 90th anniversary of the birth of professor V.K. Yegupova "Problems of the theory and practice of seismic building"]. Odessa: ODABA, 2016, 124 p. (in Ukrainian).

Стаття надійшла до редколегії 17.08.2017 р.