

УДК 624.132.3

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОТВАЛА БУЛЬДОЗЕРА С ГЛИНИСТЫМ ГРУНТОМ

ШИМАНОВСКИЙ А. О. ^{1*}, *д.т.н, доц.*,АБДУЛКАДЕР М. Х. ², *аспирант*

^{1*} Кафедра технической физики и теоретической механики, Учреждение образования "Белорусский государственный университет транспорта", ул. Кирова, 34, 246653, Гомель, Беларусь, тел. +375 (232) 95-29-51, e-mail: tm.belsut@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8550-1725

² Кафедра технической физики и теоретической механики, Учреждение образования "Белорусский государственный университет транспорта", ул. Кирова, 34, 246653, Гомель, Беларусь, ORCID ID: 0000-0003-3033-9243

Аннотация. *Цель.* При проектировании современных землеройных машин одной из актуальных задач является выбор рациональных геометрических параметров рабочих органов. В настоящее время для нахождения силы резания грунта используются экспериментальные данные, на основе которых установлены значения удельного сопротивления грунта резанию. Однако данный параметр зависит от большого количества факторов, которые не всегда поддаются учету. Поэтому требуется разработка теоретических подходов к моделированию взаимодействия рабочих органов строительных машин с грунтом, которые учитывают его упруго-пластические свойства. Целью представленной работы стала разработка методики численного решения задачи о таком взаимодействии. *Методика.* Предложен алгоритм конечно-элементного моделирования контактного взаимодействия отвала бульдозера с грунтом, свойства которого описываются расширенной моделью Друкера-Прагера, в среде программной системы ABAQUS. При создании модели грунта применен восьмиузловой конечный элемент C3D8, который использует линейную интерполяцию в каждом направлении и представляет собой элемент первого порядка. Использована явная схема интегрирования уравнений движения элементов модели по времени. *Результаты.* Установлено распределение напряжений и деформаций в массиве грунта при горизонтальном перемещении отвала. Показано, что полученные результаты соответствуют экспериментальным данным, приведенным в работах иных исследователей. Найдены зависимости от времени движущей силы, которая обеспечивает движение отвала с заданной скоростью при разных толщинах срезаемого слоя. Выполнен анализ влияния угла наклона отвала на величину силы резания. Продемонстрировано, что увеличение скорости движения отвала в два раза приводит к необходимости увеличения потребной мощности на срезание грунта в 2,4...2,8 раза в зависимости от толщины срезаемого слоя. *Научная новизна.* Разработана методика конечно-элементного решения задачи о динамическом контактом взаимодействии рабочего органа землеройной машины с грунтом, позволяющая учесть особенности его упруго-пластического деформирования. Установлено влияние толщины срезаемого слоя, угла наклона поверхности отвала на величину силы, обеспечивающей перемещение грунта. *Практическая значимость.* Применение разработанной методики анализа позволяет оптимизировать конструкцию отвала, выбрать оптимальные режимы работы машины в зависимости от физико-механических свойств разрабатываемого грунта. Полученные результаты также дают возможность теоретического определения потребной мощности энергетической установки бульдозера, при которой обеспечивается наибольшая эффективность эксплуатации строительной машины.

Ключевые слова: конечно-элементное моделирование; контактное взаимодействие; модель Друкера-Прагера; отвал бульдозера

КІНЦЕВО-ЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ ВІДВАЛА БУЛЬДОЗЕРА З ГЛИНИСТИМ ГРУНТОМ

ШИМАНОВСЬКИЙ А. О. ^{1*}, *д.т.н, доц.*,АБДУЛКАДЕР М. Х. ^{2*}, *аспирант*

^{1*} Кафедра технічної фізики та теоретичної механіки, Установа освіти "Білоруський державний університет транспорту", вул. Кірова, 34, 246 653, Гомель, Білорусь, тел. +375 (232) 95-29-51, e-mail: tm.belsut@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8550-1725

² Кафедра технічної фізики та теоретичної механіки, Установа освіти "Білоруський державний університет транспорту", вул. Кірова, 34, 246 653, Гомель, Білорусь, ORCID ID: 0000-0003-3033-9243

Анотація. *Мета.* При проектуванні сучасних землерійних машин однієї з актуальних задач є вибір раціональних геометричних параметрів робочих органів. В даний час для знаходження сили різання ґрунту використовуються експериментальні дані, на основі яких встановлені значення питомого опору ґрунту різанню. Однак даний параметр залежить від великої кількості факторів, які не завжди піддаються обліку. Тому потрібна розробка теоретичних підходів до моделювання взаємодії робочих органів будівельних машин з ґрунтом, які враховують його пружно-пластичні властивості. Метою представленої роботи стала розробка методики чисельного рішення задачі про таку взаємодію. *Методика.* Запропоновано алгоритм кінцево-елементного моделювання контактної взаємодії відвалу бульдозера з ґрунтом, властивості якого описуються розширеною моделлю Друкера-Прагера, в середовищі програмної системи ABAQUS. При створенні

моделі ґрунту застосований восьмиузлової кінцевий елемент C3D8, який використовує лінійну інтерполяцію в кожному напрямку і є елементом першого порядку. Використана явна схема інтегрування рівнянь руху елементів моделі за часом. **Результати.** Встановлено розподіл напружень і деформацій в масиві ґрунту при горизонтальному переміщенні відвалу. Показано, що отримані результати відповідають експериментальним даним, наведеним в роботах інших дослідників. Знайдено залежності від часу рушійної сили, яка забезпечує рух відвалу із заданою швидкістю при різних товщинах зрізаного шару. Виконано аналіз впливу кута нахилу відвалу на величину сили різання. Продемонстровано, що збільшення швидкості руху відвалу в два рази призводить до необхідності збільшення потужності на зрізання ґрунту в 2,4...2,8 рази залежно від товщини шару, що зрізається. **Наукова новизна.** Розроблено методику кінцево-елементного рішення задачі про динамічну контактну взаємодію робочого органу землерийної машини з ґрунтом, що дозволяє врахувати особливості його пружно-пластичного деформування. Встановлено вплив товщини зрізаного шару, кута нахилу поверхні відвалу на величину сили, що забезпечує переміщення ґрунту. **Практична значимість.** Застосування розробленої методики аналізу дозволяє оптимізувати конструкцію відвалу, вибрати оптимальні режими роботи машини в залежності від фізико-механічних властивостей ґрунту, що розробляється. Отримані результати також дають можливість теоретичного визначення потрібної потужності енергетичної установки бульдозера, при якій забезпечується найбільша ефективність експлуатації будівельної машини.

Ключові слова: кінцево-елементне моделювання; контактна взаємодія; модель Друкера-Прагера; відвал бульдозера

FINITE ELEMENT MODELING OF THE BULLDOZER BLADE – CLAY SOIL INTERACTION

SHIMANOVSKY A. O. ^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*
ABDULKADER M. H. ^{2*}, *Graduate student*

^{1*} Department of Technical Physics and Engineering Mechanics, Education Establishment “Belarusian State University of Transport”, 34, Kirova str., Gomel 246653, Belarus, tel. +375 (232) 95-29-51, e-mail: tm.belsut@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8550-1725

² Department of Technical Physics and Engineering Mechanics, Education Establishment “Belarusian State University of Transport”, 34, Kirova str., Gomel 246653, Belarus, ORCID ID: 0000-0003-3033-9243

Abstract. Purpose. The choice of rational geometrical parameters for working parts is one of the topical problems in the design process of modern earthmoving machines. Nowadays to find soil cutting force it is applied the experimental data – the base for values of soil resistivity for cutting. However, this parameter depends on many factors that can not always be considered. Therefore it is required to develop theoretical approaches to modeling of the construction machinery working parts-soils interaction taking into account soil elastic-plastic properties. The purpose of the presented work is to develop numerical solution methods for such an interaction problem. **Methodology.** There was supposed an algorithm for finite element modeling of the bulldozer blade-clay soil contact interaction considering the soil properties described by the extended Drucker-Prager model in ABAQUS software system. To create a soil model it was applied the 8-node C3D8 finite element. This element uses linear interpolation in each direction and represents the first-order element. The explicit scheme for integrating of the elements motion equations by time was used. **Findings.** The distribution of stresses and strains in the soil array for the case of blade horizontal movement was established. It is shown that the obtained results correspond to the experimental data presented in the investigations of other researchers. There were found the time-dependences for the driving forces which providing the blade movement with a given velocity for the different cutting layer thicknesses. The analysis of the blade slope angle influence on the cutting force angle was performed. It was demonstrated that the two times increase in the blade velocity leads to a need for soil cutting power requirement increase in 2,4...2,8 times depending on the cut layer thickness. **Originality.** There was developed the method of finite element solution for the problem of the dynamic contact interaction between earthmoving machine working part and the soil. The method allows to take into account the peculiarities of soil elastic-plastic deformation. The influence of the cut layer thickness and the blade slope angle on the value of force ensuring the soil movement was established. **Practical value.** The application of the developed method allows to optimize the design of the blade, to choose optimal modes for the machine operation depending on the physical and mechanical properties of the cut soil. The results also make it possible to determine theoretically power requirements for the bulldozer power unit to ensure the highest operational efficiency of the construction machines.

Keywords: finite element modeling; contact interaction; Drucker-Prager model; bulldozer blade

Введение

При проектировании современных землеройных машин одной из актуальных задач является выбор рациональных геометрических параметров рабочих органов. В настоящее время основным подходом при создании машин для разработки грунтов остается аналитический метод, который строится на анализе

равновесия или движения больших массивов перемещаемого материала [3, 7, 11, 16]. Однако недостатком такого подхода является необходимость предварительного экспериментального определения различных коэффициентов, характеризующих те или иные физические характеристики разрабатываемого грунта. Значения таких коэффициентов весьма сильно зависят как от геометрии и кинематических

характеристик режущего инструмента, так и от условий окружающей среды. Кроме того, они для одного и того же объема материала могут существенно изменяться с течением времени.

Поэтому в последние годы осуществляются попытки численного моделирования процесса разрушения грунта отвалом и дальнейшего перемещения срезанного слоя. Сложность компьютерного моделирования деформирования грунтов связана с их упруго-пластическими свойствами [2]. В данном случае она дополняется необходимостью решения динамической контактной задачи.

Основным методом решения подобных задач является метод конечных элементов. С его применением в работах [4, 9, 12] проведено исследование взаимодействия с почвой сельскохозяйственных орудий. В работе [8] выполнено моделирование взаимодействия шин с грунтом. В статье [13] представлено исследование разрушения твердых пород дисковым резцом. В диссертации [14] путем сравнения результатов теоретических расчетов и экспериментов показано, что адекватно расширенная модель Друкера–Прагера адекватно описывает процесс деформирования грунта при его взаимодействии с режущим инструментом.

Также при исследовании земляных работ успешно используется метод дискретных элементов. С его помощью решен ряд задач о взаимодействии рабочих органов машин с песчаной почвой [5, 6, 10]. Однако этот метод дает существенные погрешности при анализе деформирования глинистых грунтов.

Поэтому требуется разработка теоретических подходов к моделированию взаимодействия рабочих органов строительных машин с глинистым грунтом на основе учета его упруго-пластических свойств.

Цель

Цель представленной работы состоит в разработке методики численного решения задачи о контактном взаимодействии отвала бульдозера с грунтом, позволяющей оценить механические характеристики строительной машины.

Методика

Разработана конечно-элементная модель, описывающая процесс срезания грунта отвалом бульдозера, имеющим форму призмы с наклонной режущей гранью, в среде программной системы ABAQUS [1]. Построение расчетной схемы выполнено аналогично работе [15], однако в отличие от нее использована иная форма поверхности режущего инструмента. Кроме того, для описания деформирования грунта использована расширенная модель Друкера–Прагера.

При создании конечно-элементной модели применен восьмиузловой конечный элемент C3D8, который использует линейную интерполяцию в каждом направлении и представляет собой элемент

первого порядка. С целью более точного определения напряжений и деформаций в месте контакта отвала с грунтом основание было разделено на несколько объемов с разной концентрацией конечноэлементной сетки. Материал отвала считался линейно упругим, изотропным, с модулем упругости $E = 200$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$. Для материала основания использованы физические характеристики плотной глины: модуль упругости принят равным $E_f = 600$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,2$, плотность $\rho = 2400$ кг/м³. При создании контактной пары использован контакт типа «поверхность–поверхность». Общее число элементов модели – около 60000. Полученная конечноэлементная модель представлена на рис. 1.

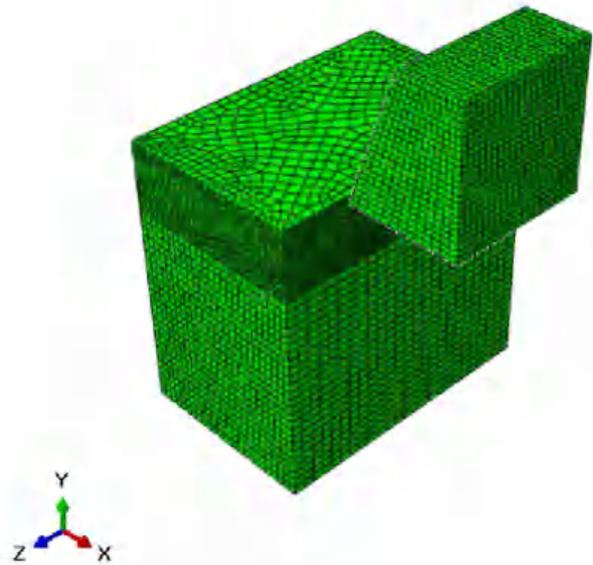


Рис. 1. Конечноэлементная модель взаимодействия отвала бульдозера с грунтом /
Finite element model of the bulldozer blade – soil interaction

В качестве граничных условий для грунта использован запрет перемещений точек его нижней грани, а для отвала задавалась постоянная скорость движения вдоль горизонтальной оси x . В начальный момент времени отвал касался грунта по линии, параллельной оси z .

Решение динамической задачи о взаимодействии отвала с грунтом было построено на использовании явной схемы интегрирования уравнений движения элементов модели по времени.

Результаты

В результате вычислений получены значения напряжений и деформаций в грунте при разных вариантах относительного расположения отвала бульдозера и массива грунта. На рис. 2 представлена схема распределения эквивалентных по Мизесу напряжений, возникающих при равномерном движении отвала со скоростью 0,2 м/с и толщине срезанного слоя 20 см, для разных углов θ наклона контактной поверхности относительно оси x .

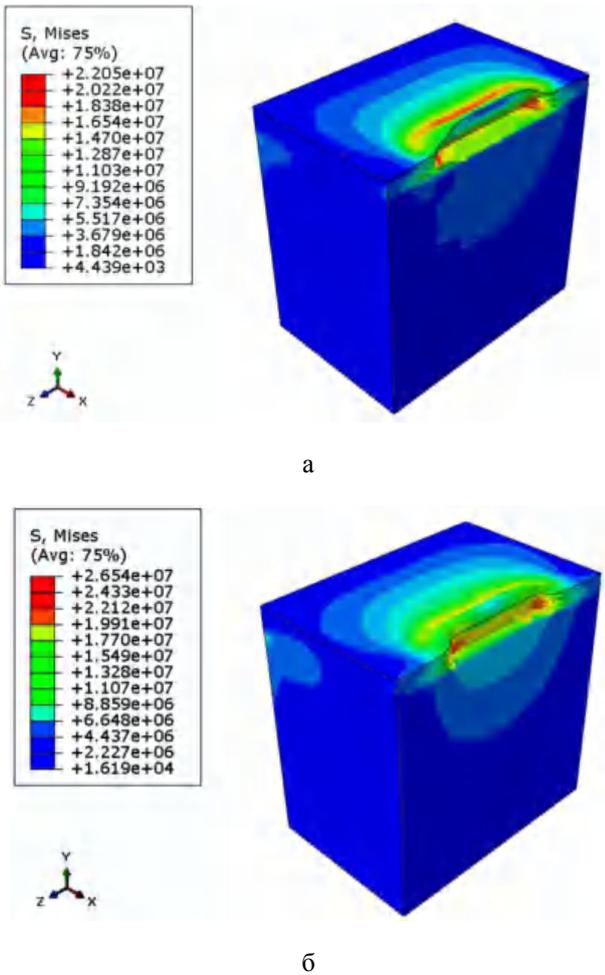


Рис. 2. Эквивалентные по Мизесу напряжения при толщине срезаемого слоя 0,2 м в момент времени 0,1 с после начала движения: а – $\theta = 50^\circ$, б – $\theta = 90^\circ$ / Equivalent von Mises stresses for the cutting layer depth 0.2 m at time 0.1 sec from the start of movement; а – $\theta = 50^\circ$, б – $\theta = 90^\circ$

Из приведенных схем видно, что уменьшение угла наклона отвала приводит к значительно большей концентрации напряжений. Следовательно, образование трещин в материале происходит при меньших приложенных силах. Разрушение грунта связано с появлением значительных растягивающих напряжений между его частицами. Анализ схем распределения первых главных напряжений и составляющей по оси x (рис. 3) показал, что разрушение материала инициируется не только в области острия материала, но и в средней части области контакта режущей кромки с грунтом, как это наблюдается на практике [14].

На рис. 4 приведены графики изменения сил, обеспечивающих перемещение отвала с заданной скоростью. Из них видно, что в течение некоторого начального интервала времени наблюдается существенный рост значений сил, связанный с увеличением площади соприкосновения отвала с грунтом. Затем силы стабилизируются. Увеличение толщины срезаемого слоя ведет к росту значения движущей силы.

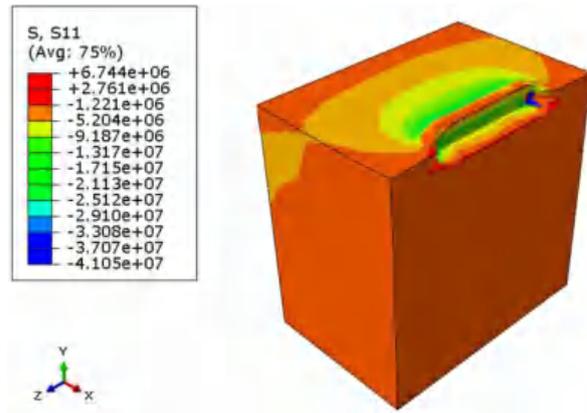
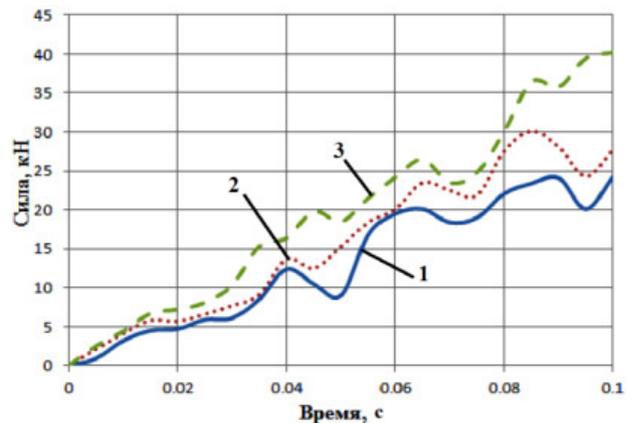
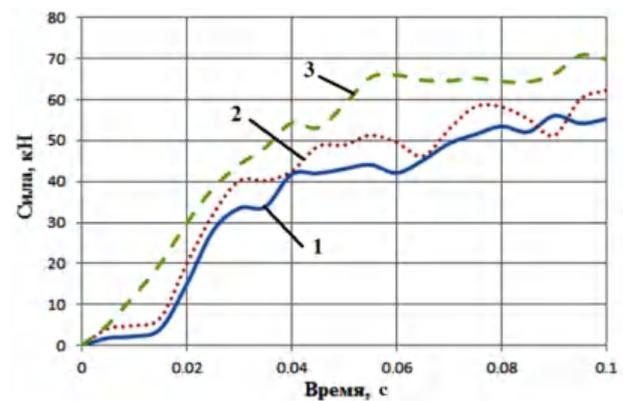


Рис. 3. Схемы распределения напряжений σ_x при толщине срезаемого слоя 0,2 м, $\theta = 70^\circ$

The stress σ_x distribution for the cutting layer depth 0.2 m, $\theta = 70^\circ$



а



б

Рис. 4. Зависимости движущей силы от времени для углов наклона поверхности: а – $\theta = 50^\circ$, б – $\theta = 90^\circ$ (толщина срезаемого слоя 1 – 0,1 м, 2 – 0,2 м, 3 – 0,3 м) / Driving force – time dependences for the surface inclination angles: а – $\theta = 50^\circ$, б – $\theta = 90^\circ$

(cutting layer depth 1 – 0,1 m, 2 – 0,2 m, 3 – 0,3 m)

На рис. 5 показаны зависимости максимальной силы резания от толщины срезаемого слоя для разных углов наклона отвала. Как и следовало ожидать, максимальные значения соответствуют вертикальному положению отвала.

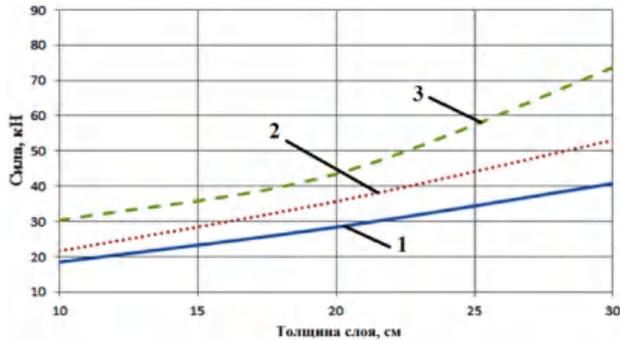


Рис. 6. Зависимость максимальной силы резания от толщины слоя срезаемого грунта для углов наклона 1 – $\theta = 50^\circ$, 2 – $\theta = 70^\circ$, 3 – $\theta = 90^\circ$ / Maximum cutting force – cutting layer depth dependences for the inclination angles 1 – $\theta = 50^\circ$, 2 – $\theta = 70^\circ$, 3 – $\theta = 90^\circ$

Выполненные расчеты для разных скоростей движения отвала продемонстрировали, что увеличение скорости движения бульдозера в два раза приводит к необходимости увеличения движущей силы, а вместе с ней и потребной мощности на срезание грунта в 2,4...2,8 раза (большие значения соответствуют большей толщине срезаемого слоя).

Научная новизна и практическая значимость

Разработана методика конечно-элементного решения задачи о динамическом контактном взаимодействии рабочего органа землеройной машины с грунтом, теоретически определить силу и мощность, необходимые для срезания необходимого слоя грунта.

Установлено влияние толщины срезаемого слоя, угла наклона поверхности отвала на величину силы, обеспечивающей перемещение грунта. Применение разработанной методики анализа позволяет оптимизировать конструкцию отвала, выбрать оптимальные режимы работы машины в зависимости от физико-механических свойств разрабатываемого грунта. Полученные результаты также дают возможность теоретического определения потребной мощности энергетической установки бульдозера, при которой обеспечивается наибольшая эффективность эксплуатации строительной машины.

Вывод

Применение конечно-элементного моделирования при расчетах взаимодействия отвала бульдозера с грунтом открывает новые возможности оптимизации конструкций землеройной техники.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Анализ эффективности параллельных вычислений в среде SIMULIA Abaqus на вычислительной платформе Aurora G-Station / Д. Нуштаев, С. Рыжов, В. Высоцкий, А. Жирков // САПР и графика. – 2016. – № 4. – С. 57–61.
2. Березин, И. М. Определение условий пластического течения некомпактных материалов / И. М. Березин, А. Г. Залазский // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 8. – С. 19–23.
3. Филатов, В. А. Взаимодействие гусеничного бульдозера с грунтом / В. А. Филатов // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. – 2013. – № 1 (25). – С. 1–5.
4. Armin, A. Mechanics of soil-blade interaction: thesis for the degree of doctoral of philosophy / Ahad Armin; University of Saskatchewan. – Saskatoon, 2014. – 173 p.
5. Coupled Multibody Dynamics and Discrete Element Modelling of Bulldozers Cohesive Soil Moving Operation / A. Sane, T. M. Wasfy, H. M. Wasfy, J. M. Peters // ASME Proceedings. – 2015. – Vol. 6: 11th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control. – Paper No. DETC2015-47133. – 15 p.
6. Determination of basics mechanical properties in a tropical clay soil as a function of dry bulk density and moisture / E. L. Bravo, M. H. Suarez, O. G. Cueto, E. Tijkskens, H. Ramon // Revista Ciencias Tecnicas Agropecuarias. – 2012. – Vol. 21, No 3. – P. 5–11.
7. Goshtasb, A. K. Circular Disc Blade Considerations in Soil Force Prediction Modelling / A. K. Goshtasb, J. Desbiolles, J. Fielke // Journal of Agricultural Science and Technology. – 2014. – No. 4. – P. 371–383.
8. Hybrid soft soil tire model (HSSTM). Part I: tire material and structure modeling: Technical Report / Sh. Taheri, C. Sandu, S. Taheri, D. Gorsich. – Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2015. – 41 p.
9. Ibrahmi, A. Soil-blade orientation effect on tillage forces determined by 3D finite element models / A. Ibrahmi, H. Bentaher, A. Maalej // Spanish Journal of Agricultural Research. – 2014. – Vol. 12. – № 4. – P. 941–951.
10. Investigation of elemental shape for 3-D DEM modeling of interaction between soil and a narrow cutting tool / I. Ono, H. Nakashima, H. Shimizu, J. Miyasaka, K. Ohdoi // Journal of Terramechanics. – 2013. – Vol. 50, No 4. – P. 265–276.
11. Li, X. Modeling soil: realtime dynamic models for soil slippage and manipulation / X. Li, J. M. Moshell // SIGGRAPH '93: Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. – New York: ACM, 1993. – P. 361–368.
12. Mootaz, A. E. Simulation of soil-blade interaction for sandy soil using advanced 3D finite element analysis / A. E. Mootaz, R. Hamilton, J. T. Boyle // Soil and Tillage Research. – 2004. – Vol. 75, No. 1. – P. 61–73.
13. Numerical analysis of dynamic response mechanism of rock by TBM disc cutter [Electronic Resource] / S. Wang, S. Yan, Z. Xu, Y. Yang // The Electronic Journal of Geotechnical Engineering. – 2014. – Vol. 19. – P. 17017–17024. – Available at <http://www.ejge.com/2014/Ppr2014.901ma.pdf> (Accessed 15 August 2016).

14. Brown, O. F. Finite element analysis of blade-formation interactions in excavation: thesis for the degree of Master of Science in mining engineering / Osei Frempong Brown; Missouri University of Science and Technology. – Rolla, 2014. – 104 p.
15. Shimanovsky, A. O. Finite element modelling of contact between spherical indenter and Elastic-Plastic body / A. O. Shimanovsky, M. H. Abdulkader, M. G. Kuzniatsova // *Applied Mechanics and Materials*. – 2015. – Vol. 797. – P. 307–313.
16. Zaied, M. B. Development of a mathematical model for angle of soil failure plane in case of 3-dimensional cutting / M. B. Zaied, M. H. Dahab, A. M. El Naim // *Current Research in Agricultural Sciences*. – 2014. – Vol. 1. – No. 2. – P. 42–52.

REFERENCES

1. Nushtaev D., Ryzhov S., Vysotskiy V. and Zhirkov A. *Analiz effektivnosti parallel'nykh vychisleniy v srede SIMULIA Abaqus na vychislitel'noy platforme Aurora G-Station* [Parallel computing efficiency analysis in the SIMULIA Abaqus environment on the computing platform Aurora G-Station]. *SAPR i grafika* [CAD systems and Graphics], 2016, no. 4, pp. 57–61 (in Russian).
http://tesis.com.ru/infocenter/downloads/abaqus/abaqus_sapr0416.pdf
2. Berezin I.M. and Zalazinskiy A.G. *Opreделение usloviy plasticheskogo techeniya nekompaktnykh materialov* [Identification of the determinative correlations of plastically compressed materials]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental researches], 2013, no 8, pp. 19–23 (in Russian).
<http://www.fundamental-research.ru/pdf/2013/8-1/31862.pdf>
3. Filatov V. A. *Vzaimodeystvie gusenichnogo buldozera s gruntom* [Interaction of caterpillar bulldozer with the ground]. *Internet-vestnik VolgGASU. Seriya: Politematicheskaya* [Internet-bulletin of VSUACE. Series Multi-Topic], 2013, no. 1 (25), pp. 1–5 (in Russian).
[http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Filatov-2013_1\(25\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Filatov-2013_1(25).pdf)
4. Armin A. *Mechanics of soil-blade interaction*. Thesis for the degree of doctoral of philosophy. Saskatoon, 2014. 173 p.
<https://ecommons.usask.ca/bitstream/handle/10388/ETD-2014-08-1615/ARMIN-DISSERTATION.pdf>
5. Sane A., Wasfy T. M., Wasfy H. M. and Peters J. M. *Coupled Multibody Dynamics and Discrete Element Modelling of Bulldozers Cohesive Soil Moving Operation*. *ASME Proceedings*, 2015, vol. 6: 11th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Paper No. DETC2015-47133. – 15 p. doi: 10.1115/DETC2015-47133
<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=2483858>
6. Bravo E. L., Suarez M. H., Cueto O. G., Tijskens E. and Ramon H. *Determination of basics mechanical properties in a tropical clay soil as a function of dry bulk density and moisture*. *Revista Ciencias Tecnicas Agropecuarias*, 2012, vol. 21, no. 3, pp. 5–11.
<http://scielo.sld.cu/pdf/rcta/v21n3/rcta01312.pdf>
7. Goshtasb A. K., Desbiolles J. and Fielke J. *Circular Disc Blade Considerations in Soil Force Prediction Modelling*. *Journal of Agricultural Science and Technology*, 2014, no. 4, pp. 371–383.
<http://www.davidpublishing.com/davidpublishing/Upfile/8/18/2014/2014081872121385.pdf>
8. Taheri Sh., Sandu C., Taheri S. and Gorsich D. *Hybrid soft soil tire model (HSSTM). Part I: tire material and structure modeling*. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2015. 41 p.
<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA616952>
9. Ibrahim A., Bentaher H. and Maalej A. *Soil-blade orientation effect on tillage forces determined by 3D finite element models*. *Spanish Journal of Agricultural Research*, 2014, vol. 12, no. 4, pp. 941–951. doi: 10.5424/sjar/2014124-5766.
<http://revistas.inia.es/index.php/sjar/article/download/5766/2168>
10. Ono I., Nakashima H., Shimizu H., Miyasaka J. and Ohdoi K. *Investigation of elemental shape for 3-D DEM modeling of interaction between soil and a narrow cutting tool*. *Journal of Terramechanics*, 2013, vol. 50, no 4, pp. 265–276. doi: 10.1016/j.jterra.2013.09.001
<http://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/179452/1/j.jterra.2013.09.001.pdf>
11. Li X., Moshell J. M. *Modeling soil: realtime dynamic models for soil slippage and manipulation*. *SIGGRAPH '93: Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. New York, ACM, 1993, pp. 361–368. doi: 10.1145/166117.166162
<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=166162&dl=ACM&coll=DL&CFID=846541977&CFTOKEN=45999711>
12. Mootaz A. E., Hamilton R. and Boyle J. T. *Simulation of soil-blade interaction for sandy soil using advanced 3D finite element analysis*. *Soil and Tillage Research*, 2004, vol. 75, no. 1, pp. 61–73. doi: 10.1016/S0167-1987(03)00156-9.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167198703001569>
13. Wang S., Yan S., Xu Z. and Yang Y. *Numerical analysis of dynamic response mechanism of rock by TBM disc cutter*. *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, vol. 19, pp. 17017–17024.
<http://www.ejge.com/2014/Ppr2014.901ma.pdf>
14. Brown O. F. *Finite element analysis of blade-formation interactions in excavation*. Master Thesis. Rolla, 2014. 104 p.
http://scholarsmine.mst.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=6133&context=masters_theses
15. Shimanovsky A. O., Abdulkader M. H. and Kuzniatsova M. G. *Finite element modelling of contact between spherical indenter and Elastic-Plastic body*. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 797, pp. 307–313. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.797.307
<http://www.scientific.net/AMM.797.307>
16. Zaied M. B., Dahab M. H. and El Naim A. M. *Development of a mathematical model for angle of soil failure plane in case of 3-dimensional cutting*. *Current Research in Agricultural Sciences*, 2014, vol. 1, no. 2, pp. 42–52.
[http://www.pakinsight.com/pdf-files/agr/68/CRAS-2014-1\(2\)-42-52.pdf](http://www.pakinsight.com/pdf-files/agr/68/CRAS-2014-1(2)-42-52.pdf)