УДК 681

К ВОПРОСУ УСТРАНЕНИЯ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОЙ ПОМЕХИ НА ПОКАЗАНИЯ ИНКЛИНОМЕТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

И. В. Рыжков, Е. А. Пономарева

ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»

Снаряженный буровой инструмент, включающий турбобур, долото, стальные буровые трубы, в составе которого в немагнитной вставке размещен инклинометр, искажает магнитное поле Земли (МПЗ). Магниточувствительные датчики инклинометра, измеряющие проекции искаженного МПЗ на их оси чувствительности, выдают электрические сигналы, включающие девиацию от посторонних магнитных помех. Это приводит к погрешности вычисления азимута наклонной скважины или магнитного угла установки отклонителя на вертикали [1, 2, 3, 4].

Немагнитные вставки, изготовляемые из титановых сплавов, латуни, нейзильбера, чрезвычайно дороги и быстро выходят из строя. Применение же более дешевых легкосплавных буровых труб (ЛБТ), изготавливаемых из алюминиевых сплавов, не всегда целесообразно из-за их сравнительно малой жесткости, трудности установки отклонителя в заданном направлении при наличии над ним легкосплавных буровых труб и других причинах.

Поэтому стремятся использовать в инклинометрии при бурении немагнитные трубы небольшой длины, что также приводит к необходимости учитывать влияние магнитных масс буровых труб, находящихся выше и ниже немагнитного корпуса инклинометра.

В данной статье решается задача построения математической модели инклинометрического преобразователя с ортогонально расположенными тремя феррозондами и тремя акселерометрами, которая учитывает влияние магнитных помех при вычислении азимута наклонной скважины.

Для составления математической модели введем неподвижную, связанную с Землей, систему координат $R_0(0\xi\eta\varsigma)$, направив ось 0ς по вертикали места и вглубь Земли, ось 0ξ по касательной к магнитному меридиану и на Север, ось 0η таким образом, чтобы получившийся трехгранник осей R_0 был правым (в этом случае ось 0η направлена на Восток). Вектор напряженности магнитного поля Земли в этой системе координат имеет проекции $\vec{T}_{R_0}(H,0,Z)$, где H, Z соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие МПЗ. С буровым инструментом, в котором смонтирован инклинометр, свяжем репер $R(0XYZ)$, направив оси чувствительности феррозондов и акселерометров вдоль осей $0X, 0Y, 0Z$. Ось $0Z$ направим вдоль продольной оси бурового инструмента.

Связь между реперами R_0 и R задается формулой [5]:

$$\left\| X\ Y\ Z \right\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \left\| \xi\ \eta\ \varsigma \right\|^T, \tag{1}$$

где матрицы $A_\varphi A_\theta A_\alpha$ имеют вид:

$$A_{\alpha(3)} = \begin{Vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},\ A_{\theta(2)} = \begin{Vmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{Vmatrix},\ A_{\varphi(3)} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

где α – магнитный азимут, θ – зенитный угол, φ – угол установки отклонителя в точке расположения инклинометра.

Рассмотрим два случая. В первом считаем, что напряженность магнитного поля помехи $\vec{\Pi}$ в системе координат $R(0XYZ)$, связанной с буровым инструментом, согласно уравнению Пуассона имеет вид:

$$\vec{\Pi}_R = \vec{P}_C + A_\Pi \cdot T_R. \tag{2}$$

Здесь $P_C = (c_1, c_2, c_3)^T$ – вектор постоянной составляющей поля помехи («твердое» железо); $\vec{T}_R$ – вектор напряженности МПЗ в подвижной системе координат $R(0XYZ)$; A_Π – тензор Пуассона, тензор индуктивной составляющей помехи, являющейся квадратной матрицей размерностью 3×3. В силу симметричности бурового инструмента считаем, что элементы тензора подчиняются условию $a_{21} = a_{12}$, $a_{31} = a_{13}$, $a_{32} = a_{23}$, т.е.:

$$A_\Pi = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{Vmatrix}.$$

Спроектируем векторы напряженности МПЗ $\vec{T}_{R_0}$ и ускорения силы тяжести $\vec{g}_{R_0}$ на оси чувствительности феррозондов и акселерометров:

$$\vec{T}_{R_0} = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0},\quad \vec{g}_R = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{g}_{R_0}. \tag{3}$$

Далее, учитывая формулы (2), (3), составим математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитных помех от «твердого» и «мягкого» железа, создаваемого буровым инструментом

$$\begin{Vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{Vmatrix}^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} + \vec{P}_C + A_\Pi A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0}, \tag{4}$$

$$\begin{Vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{Vmatrix}^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{g}_{R_0}, \tag{5}$$

где a_i, b_i $i = 1,2,3$ – величины, измеряемые посредством феррозондов и акселерометров инклинометра.

Преобразуем выражение (4) таким образом:

$\begin{Vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{Vmatrix}^T = P_C + (E + A_\Pi) A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0}$ и обозначив сумму единичной матрицы Е и тензора индуктивной составляющей A_Π через A'_Π:

$$E + A_\Pi = A'_\Pi = \begin{Vmatrix} a_{11}+1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22}+1 & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33}+1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{Vmatrix} \tag{6}$$

$a'_{11} = a_{11} + 1$, $a'_{22} = a_{22} + 1$, $a'_{33} = a_{33} + 1$ получим в векторно-матричном виде математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитной помехи в виде постоянной и индуктивной составляющей, связанных с буровым инструментом в проекциях на оси чувствительности магниточувствительных датчиков:

$$\left\| a_1\ a_2\ a_3 \right\|^T = \vec{P}_C + A'_{\Pi} A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} \tag{7}$$

Во втором случае считаем, что магнитная помеха T_1', создаваемая «твердым» железом неподвижна относительно системы координат $R_0(0\xi\eta\varsigma)$, связанной с Землей. Такая магнитная помеха создается, например, ранее пробуренными и обсаженными стальными трубами скважинами $\vec{T}_{1R_0} = (c_1, c_2, c_3)$, которая будучи спроектирована на оси чувствительности феррозондов $P_C = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{1R_0}$, позволяет записать ММ инклинометра таким образом:

$$\left\| a_1\ a_2\ a_3 \right\|^T = A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{1R_0} + A'_{\Pi} A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} \tag{8}$$

На основании ММ, записанных в виде выражений (7), (8) необходимо определить постоянное магнитное возмущение $\vec{P}_C, \vec{T}_{1R_0}$, тензор Пуассона A_{Π} и на их основе вычислить искомый азимут.

Технологически возможно измерять сигналы с магниточувствительных преобразователей при повороте всей колонны труб вокруг продольной оси на фиксированные углы в диапазоне $0 \div 2\pi$. В начале бурения при зенитном угле $\theta = 0$ с феррозондов снимается сигнал, пропорциональный углу $\psi = \alpha + \varphi$, при $\theta \neq 0$ измерять можно угол φ установки отклонителя (визирный угол).

В результате поворота инклинометра при известном зенитном угле $\theta \neq 0$ определены значения визирного угла φ на интервале $[0, 2\pi]$: $\varphi_1 < \varphi_2 < \ldots < \varphi_n$. Последние измеряются акселерометрами согласно выражения (5), которое в скалярной форме имеет вид $b_1 = -g\cos\varphi\sin\theta, \quad b_2 = g\sin\varphi\sin\theta, \quad b_3 = g\cos\theta.$

Таким образом, феррозонды выдают сигналы в виде функций

$$a_1 = a_1(\varphi), a_2 = a_2(\varphi), a_3 = a_3(\varphi), \quad при \quad \varphi \in [0, 2\pi].$$

Запишем выражение (7) как функции от визирного угла φ:

$$A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta \end{Vmatrix} + \sin\varphi \begin{Vmatrix} -H\sin\alpha \\ -H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta \\ 0 \end{Vmatrix} + \tag{9}$$

$$+ \cos\varphi \begin{Vmatrix} H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta \\ -H\sin\alpha \\ 0 \end{Vmatrix}$$

$$A'_{\Pi} A_{\varphi} A_{\theta} A_{\alpha} \cdot \vec{T}_{R_0} = (H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) \cdot \begin{Vmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a'_{33} \end{Vmatrix} + + \sin\varphi \cdot \left\{ -H\sin\alpha \begin{Vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{Vmatrix} + (-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) \begin{Vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{Vmatrix} \right\} \tag{10}$$

$$\cos\varphi \cdot \left\{ (H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) \begin{Vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{Vmatrix} - H\sin\alpha \begin{Vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{Vmatrix} \right\}$$

Система уравнений (7) с учетом (9) и (10) записывается в скалярном виде:

$$
\begin{aligned}
&a_1(\varphi) = c_1 + a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi\left[-a'_{11}H\sin\alpha + a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + \right.\\
&\left.+ Z\sin\theta)\right] + \cos\varphi\left[a'_{11}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a_{12}H\sin\alpha\right],\\
&a_2(\varphi) = c_2 + a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi\left[-a'_{12}H\sin\alpha + a_{22}(-H\cos\theta\cos\alpha + \right.\\
&\left.+ Z\sin\theta)\right] + \cos\varphi\left[a_{12}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a'_{22}H\sin\alpha\right],\\
&a_3(\varphi) = c_3 + a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi\left[-a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + \right.\\
&\left.+ Z\sin\theta)\right] + \cos\varphi\left[a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a_{23}H\sin\alpha\right].
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Разложим в ряд Фурье экспериментально полученные функции $a_i(\varphi)$ $i = 1,2,3,$ удержав нулевую и первую гармоники ряда. Тогда, приравнивая их соответствующим правым частям, содержащим члены при $\varphi = 0,$ *при* $\sin\varphi$ *и* $\cos\varphi,$ получим из (11) уравнения для определения искомых неизвестных $c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}\ a_{13}\ a_{23}, \alpha.$ Правые части уравнений (11) соответствующие нулевой гармонике:

$$
\left.
\begin{aligned}
c_1 + a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)d\varphi\\
c_2 + a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)d\varphi\\
c_3 + a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)d\varphi
\end{aligned}
\right\}
\tag{12}
$$

Коэффициенты правых частей уравнений (11) при синусах и косинусах визирного угла $\sin\varphi, \cos\varphi$:

$$
\left.
\begin{aligned}
-a'_{11}H\sin\alpha + a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)\sin\varphi d\varphi,\\
-a_{121}H\sin\alpha + a'_{22}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)\sin\varphi d\varphi,\\
-a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\sin\varphi d\varphi,\\
-a_{12}H\sin\alpha + a'_{11}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)\cos\varphi d\varphi,\\
-a'_{22}H\sin\alpha + a_{12}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)\cos\varphi d\varphi,\\
-a_{23}H\sin\alpha + a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\cos\varphi d\varphi.
\end{aligned}
\right\}
\tag{13}
$$

Преобразуем систему уравнений (13):

$$\left.\begin{array}{c}
-H(a'_{11}+a'_{22})\sin\alpha=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left[a_1(\varphi)\sin\varphi+a_2(\varphi)\cos\varphi\right]d\varphi,\\
-H(a'_{11}-a'_{22})\sin\alpha+2a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left[a_1(\varphi)\sin\varphi-a_2(\varphi)\cos\varphi\right]d\varphi,\\
(a'_{11}+a'_{22})(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left[a_2(\varphi)\sin\varphi-a_1(\varphi)\cos\varphi\right]d\varphi,\\
-2a_{12}H\sin\alpha+(a'_{11}-a'_{22})(H\cos\theta\cos\alpha-Z\sin\theta)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left[a_1(\varphi)\cos\varphi+a_2(\varphi)\sin\varphi\right]d\varphi,\\
-a_{13}H\sin\alpha+a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}a_3(\varphi)\sin\varphi d\varphi,\\
-a_{23}H\sin\alpha+a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha-Z\sin\theta)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}a_3(\varphi)\cos\varphi d\varphi.
\end{array}\right\} \quad (14)$$

Для упрощения записи исходных уравнений введем обозначения:

$$q_i=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}a_i(\varphi)d\varphi,\qquad \chi_i=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}a_i(\varphi)\sin\varphi d\varphi,$$
$$\varepsilon_i=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}a_i(\varphi)\cos\varphi d\varphi,\qquad i=1,2,3. \quad (15)$$

Тогда система (12), (14) перепишется как:

$$\begin{cases}c_1+a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha+Z\cos\theta)=q_1,\\ c_2+a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha+Z\cos\theta)=q_2,\\ c_3+a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha+Z\cos\theta)=q_3,\end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases}-a_{13}H\sin\alpha+a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\chi_3,\\ -a_{23}H\sin\alpha+a_{13}(-H\cos\theta\cos\alpha-Z\sin\theta)=\varepsilon_3,\end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases}-H(a'_{11}+a'_{22})\sin\alpha=\chi_1+\varepsilon_2\\ -H(a'_{11}+a'_{22})\sin\alpha+2a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\chi_1-\varepsilon_2\\ (a'_{11}+a'_{22})(-H\cos\theta\cos\alpha+Z\sin\theta)=\chi_2-\varepsilon_1\\ -2a_{12}H\sin\alpha+(a'_{11}+a'_{22})(H\cos\theta\cos\alpha-Z\sin\theta)=\varepsilon_1-\chi_2.\end{cases} \quad (18)$$

И, наконец, исключая случай $\chi_2=\varepsilon_1$ и случай $\chi_1=-\varepsilon_2$, систему уравнений (16) – (18) перепишем следующим образом:

$$c_1=q_1-\left[(\mu H\sin\alpha+Z\sin\theta)tg\theta+Z\cos\theta\right]\frac{(\varepsilon_3\mu-\chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},$$

$$c_2=q_2+\left[(\mu H\sin\alpha+Z\sin\theta)tg\theta+Z\cos\theta\right]\frac{(\varepsilon_3+\chi_3\mu)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},$$

$$a_{13}=\frac{(\varepsilon_3\mu-\chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},\qquad a_{23}=-\frac{(\varepsilon_3+\chi_3\mu)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha}, \quad (19)$$

$$a'_{11}=\frac{1}{2H\sin\alpha}\left\{-(\chi_1+\varepsilon_2)+\frac{\mu(\varepsilon_1+\chi_2)-(\chi_1-\varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\},$$

$$a'_{22}=\frac{1}{2H\sin\alpha}\left\{-(\chi_1+\varepsilon_2)-\frac{\mu(\varepsilon_1+\chi_2)-(\chi_1-\varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\},$$

$$c_3 + a'_{33}\left[(\mu H \sin\alpha + Z\sin\theta)tg\theta + Z\cos\theta\right] = q_3,$$

$$H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta = \mu H\sin\alpha, \quad \mu = \frac{\chi_2 - \varepsilon_1}{\chi_1 + \varepsilon_2}, \tag{20}$$

$$a_{12} = -\frac{\varepsilon_1 + \chi_2 + \mu(\chi_1 - \varepsilon_2)}{2H\sin\alpha(1+\mu^2)}.$$

Из уравнений (19) вытекает, что определение величин $c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}\ a_{13}\ a_{23}, и\ \alpha$ сводится к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} &c_3 + a'_{33}\left[(\mu H\sin\alpha + Z\sin\theta)tg\theta + Z\cos\theta\right] = q_3, \\ &H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta = \mu H\sin\alpha. \end{aligned} \tag{21}$$

Система (20) содержит три неизвестные величины $c_3, a'_{33}, \alpha.$ Ясно, что они не могут быть определены.

Для получения недостающих уравнений необходимо провести измерения при вертикальном положении инклинометра, чему соответствует бурение на начальном участке скважины с зенитным углом $\theta = 0$.

Выводы. С использованием теории матриц разработана математическая модель инклинометрического преобразователя с тремя ортогональными феррозондами и акселерометрами, которая учитывает погрешность от индуктивной составляющей магнитной помехи. Алгоритмическое устранение данной погрешности из показаний магнитного азимута позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых лишь погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей, составляющих инклинометр.

Список использованных источников

1. Исаченко В.Х. Инклинометрия скважин. – М.:Недра, 1987. – 216с.
2. Ковшов Г.Н. Приборы контроля пространственной ориентации скважин при бурении / Г.Н. Ковшов, Г.Ю. Коловертнов. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. – 228 с.
3. Афанасьев Ю.В. Магнитные преобразователи, приборы, установки. – Л.: Энергия, 1973. – 272 с.
4. Ковшов Г.Н. Инклинометры. (Основы теории и проектирования) / Ковшов Г.Н., Алимбеков Р.И., Жибер А.В. – Уфа: Гилем, 1998. – 380 с.
5. Фрезер Р. Теория матриц и ее приложения к дифференциальным уравнениям и динамики / Фрезер Р., Дуккан В., Коллар А. – М.: ИИЛ, 1950. – 445 с.