

УДК 519.95(237)

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

МУЛЯР С. С.^{1*}, бакалавр,
ЦЫБРИЙ Л. В.^{2*}, к. физ.-мат. н., доцент

^{1*} Кафедра прикладной математики., Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (050) 45-335-05, e-mail: Write@email.ua.

^{2*} Кафедра прикладной математики., Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина.

Аннотация. *Цель.* Разработка алгоритма поиска оптимального управления сложной экономической системой на основе статистической модели, основанную на данных наблюдений. *Методика.* Произведен предварительный анализ начальных данных, проверена подчиненность их нормальному закону распределения. На основании анализа парных коэффициентов корреляции оценена теснота взаимосвязи показателей. Для формирования схемы функционирования рассмотренной системы определяются основные корреляционные связи между результативным показателем и факторными. При поиске функции регрессии результативного показателя на факторные исследуется коллинеарность факторных показателей. В результате получены две возможные модели функционирования системы, на этом основании были получены две статистические модели. Получены функции регрессии результативного показателя на факторные. Определены внутренние связи в системе, которые описываются функциями регрессии факторных показателей на факторные. Все вычисления и исследования выполнены с использованием современных IT-технологий. Наличие функций регрессии позволяет рассматривать задачу оптимального управления этой системой как задачу нелинейного программирования. Для решения задачи используются возможности Excel. *Результаты.* Исследованы две системы, для каждой из них сформулированы задачи оптимизации, проведен сравнительный анализ результатов для обеих систем. Полученная статистическая модель отображает закономерности, присущие изученным статистическим данным, с указанием факторных показателей, которые удовлетворяют серии неравенств модели. Для другой выборки модель может быть несколько другой. Если необходимо установить закономерности, характерные для всей отрасли производства или характерные для функционирования организации, объем выборки следует увеличить и продолжить наблюдения. Однако, методы обработки статистических данных, построения математической модели и выработки рекомендаций по оптимальному управлению процессом как результата изложенной методики – неизменны. Следует выделить, что и статистический анализ, и поиск оптимального решения совершается в среде Excel с использованием надстроек «Пакет анализа» и «Поиск решения». *Научная новизна.* Использование разработанного алгоритма для детального изучения производственных мощностей предприятия, нахождения наиболее приемлемых, оптимальных рычагов влияния на любые из показателей производственной деятельности предприятия. Алгоритм применим к любым статистическим данным. *Практическая значимость.* Разработанный алгоритм является значимой основой для дальнейшей реализации при управлении производствами различных мощностей, фундаментом и идеей для разработки программных продуктов.

Ключевые слова: алгоритм, математическое моделирование, статистическая модель, математическая модель, оптимальное управление.

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ПОБУДОВИ СТАТИСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

МУЛЯР С. С.^{1*}, бакалавр,
ЦЫБРИЙ Л. В.^{2*}, к. фіз.-мат. н., доцент

^{1*} Кафедра прикладної математики, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (050) 45-335-05, e-mail: write@email.ua,

^{2*} Кафедра прикладної математики, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна.

Анотація. *Мета.* Розробка алгоритму пошуку оптимального управління складною економічною системою на основі статистичної моделі, що використовує дані спостережень. *Методика.* Здійснено попередню обробку початкових даних, перевірена підпорядкованість їх нормальному закону розподілу. На основі аналізу парних коефіцієнтів кореляції зроблено оцінку тісноти взаємозв'язку показників. Для формування схеми функціонування розглянутої системи виявляються основні кореляційні зв'язки між результативним показником та факторними. При пошуку функції регресії результативного показника на факторні досліджується колінеарність факторних показників. В результаті отримано дві можливі моделі функціонування системи, на основі цього було отримано дві статистичні моделі. Одержано функції регресії результативного

показника на факторні. Визначені внутрішні зв'язки у системі, що описуються функціями регресії факторних показників на факторні. Всі обчислення та дослідження виконані з використанням сучасних ІТ-технологій. Наявність функцій регресії дозволяє розглядати задачу оптимального управління цією системою як задачу нелінійного програмування. Для розв'язання задачі використовуються можливості Excel. **Результати.** Досліджено обидві системи, для кожної з них сформульована задача оптимізації, проведено порівняльний аналіз результатів для обох систем. Отримана статистична модель відображає закономірності, притаманні вивченим статистичним даним, із значеннями факторних показників, що задовольняють серії нерівностей моделі. Для іншої вибірки модель може бути дещо іншою. Якщо необхідно встановити закономірності, характерні усій галузі виробництва або характерні для функціонування організації, об'єм вибірки слід збільшити та продовжити спостереження. Однак методи обробки статистичних даних, побудови математичної моделі і вироблення рекомендацій по оптимальному управлінню процесом як результат викладеної методики незмінні. Слід відзначити, що і статистичний аналіз, і пошук оптимального розв'язання здійснюється в середовищі Excel з використанням надбудов «Пакет аналіза» і «Поиск решения» **Наукова новизна.** Використання розробленого алгоритму для детального вивчення виробничої потужності підприємства, пошук найоптимальніших важелів впливу на будь-які з показників виробничої діяльності підприємства. Алгоритм можна застосовувати для будь-яких статистичних даних. **Практична значимість.** Розроблений алгоритм є придатним для подальшої реалізації при управлінні виробництвами різних потужностей, фундаментом і ідеєю для розробки програмних продуктів.

Ключові слова: алгоритм, математичне моделювання, статистична модель, математична модель, оптимальне управління.

DEVELOPMENT OF THE ALGORITHM OF OPTIMAL-MANAGEMENT STATISTICAL MODEL CONSTRUCTION

MULIAR S.S.^{1*}, *bachelor*,
TSYBRIY L.V.^{2*}, *Cand. Sc. (Tech.), associate professor*

^{1*} Department of Applied Mathematics, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, тел. +38 (050) 45-335-05, e-mail: write@email.ua,

^{2*} Department of Applied Mathematics, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine.

Abstract. Purpose. Development of the algorithm defining an optimal system management methods, based on a statistical model which uses observational data. **Methodology.** Primarily were implemented: the preliminary processing of the initial data and testing its subordination to the normal distribution law. Based on pair correlation coefficients analysis, the estimation of the relationship-closeness indicators was completed. To form a functioning scheme of studied system were found primary correlation indexes between resultative index and factor indexes. Determining the regression function of the resultative index to factor indexes, the collinearity of factor indexes checked. As a result, two possible system functioning models were received. On the basis of that, two statistical models were received. The regression functions of the resultative index to factor indexes were obtained. Were defined the internal system relations, which are described by 9 regression functions of factor indexes to factor ones. All calculations and research were completed using modern IT-technologies. The regression function existence lets to consider an optimal-management problem as a nonlinear programming problem. With the regression functions existence, it appears the possibility to construct the optimal management problem for studied system. For this purpose, the Excel program capabilities were used. **Findings.** Both systems were studied; the optimization problem was formulated for each one. A comparative analysis was implemented for the both schemes. The obtained statistical model reflects the patterns, which are inherent to studied statistical data, with values of factor indexes that suit to series of inequations in model. For another selection model may be slightly different. If it's necessary to determine the patterns, which would characterize all industry of functioning, the selection size should be increased and monitoring must be continued. However, methods, used to statistical data processing, mathematical models constructing and making recommendations on the optimal management process as the result of the technique, stay unchanged. Should be noted that statistical analysis, and search for the optimal solution is carried out in Excel environment using the add-ins "analysis package" and "Solutions search». **Originality.** Using the developed algorithm for a detailed study of the company production capacity. Search for the most optimal ways to affect any of the indicators of production activity. The algorithm can be used for any statistical data. **Practical value.** The developed algorithm is suitable for its further implementation in the management of production of different capacities, the idea and foundation for software design.

Keywords: algorithm, mathematical modeling, statistical models, mathematical model, optimal management.

Введение

Экономические процессы характеризует огромное количество параметров, взаимосвязь и взаимное влияние которых определяют состояние этой сложной динамической системы и возможность перехода её в другие состояния. В этой ситуации решения по оптимальному управлению необходимо

принимать на основании многомерного статистического анализа стохастической, неполной информации.

Анализ поведения сложных систем, характерной чертой которых является наличие управления, присущ системному подходу. Основным методом исследования систем в рамках системного подхода

является метод математического моделирования, который базируется на использовании средств компьютерной техники.

Под математическим моделированием понимается способ исследования разных явлений, процессов путем исследования явлений, которые имеют разный физический смысл, но описываются одинаковыми математическими соотношениями. В наше время тяжело представить себе исследование экономических явлений без использования эконометрического моделирования на основании статистических данных, регрессионного анализа и других методов, которые опираются на теорию вероятностей.

Экономические законы всё больше усложняются, соответственно к законам развития динамических систем должен усиливаться и статистических характер законов, что их описывают, который позволяет учитывать влияние случайных факторов.

То есть, для разработки оптимального управления сложной системой, которой является экономический процесс, необходимы системный анализ и построение математической модели, которая должна отображать связи между отдельным зависимым параметром и группой показателей, которые влияют на него. Отображаются также и связи в середине этой группы, что возможно осуществить методами множественного корреляционного и регрессионного анализа статистических данных.

Методика моделирования является приемом для проведения исследовательской деятельности, которая хорошо используется в науке и практике, с помощью использования данной методики решаются познавательные задания, и именно поэтому она определяется как метод познания, который состоит в изучении окружающего мира на основании построения моделей.

Цель

Целью данной работы является поиск решения проблемы управления сложными системами, разработка алгоритма построения статистической модели задачи оптимального управления сложными производственными и экономическими процессами, которые характеризуются множеством взаимозависимых параметров.

Для построения модели должны использоваться методы многомерного статистического анализа данных наблюдений. Следует:

- описать статистические модели и их значения, определить виды статистических моделей;
- охарактеризовать этапы формирования и исследования статистических моделей, проанализировать их применение;
- исследовать задачу оптимального управления на основе статистической обработки данных наблюдений;
- разработать статистическую модель решения задачи оптимального управления;
- провести анализ результатов.

Методика

Были рассмотрены и проанализированы 17 показателей деятельности 53 однотипных предприятий машиностроительного направления. Этими показателями являются: продуктивность труда, индекс снижения себестоимости, рентабельность, трудоемкость единицы продукции, удельный вес работников в составе промышленно-производственного персонала, удельный вес покупных изделий, коэффициент сменности оборудования, премии и вознаграждения на одного работника, удельный вес потерь от брака, фондоотдача, среднегодовая численность ППП, среднегодовая стоимость основных производственных фондов, среднегодовой фонд заработной платы ППП, фондовооруженность труда, оборотность нормированных оборотных средств, оборотность ненормированных оборотных средств, непроизводственные затраты. (Предложенный алгоритм построения статистических моделей оптимального управления базируется на предварительно обработанных данных наблюдений).

На примере поиска оптимального варианта для повышения производительности труда продолжили решение задачи.

Принято считать, что экономические показатели подчиняются нормальному закону распределения. Однако, наличие грубых ошибок в статистических данных может существенно исказить значения параметров распределения. Грубые ошибки могут появиться на всех этапах сбора и передачи статистической информации. Необходимо выявить и удалить «выбросы», т.е. аномальные наблюдения. Такой подход оправдан при большом объеме выборки и сомнителен при небольшом количестве наблюдений. При недостаточно строгом предварительном анализе исходных данных появляются грубые ошибки в регрессионных моделях.

Следующим этапом стал анализ взаимозависимости вышеперечисленных 17 показателей путем построения корреляционной матрицы.

Результатом корреляционно-регрессионного анализа являются функции регрессии результативных показателей на факторные показатели а также функции регрессии одних факторных показателей на другие. Первые, с точки зрения теории оптимизации, являются критериями оптимальности, а вторые – ограничениями задачи оптимального управления.

После проведения корреляционного анализа показателей стало видно, что некоторые показатели не стоит включать в схему функционирования системы, так как влияния на результативный показатель повышения производительности труда они не имели, либо влияли на него опосредовано через другие показатели. В схему не были включены: премии и награды на одного сотрудника,

коэффициент сменности оборудования и оборотность ненормированных оборотных средств.

Таким образом, в общую модель были введены показатели: продуктивность труда, трудоемкость единицы продукции, удельный вес работников в составе промышленно-производственного персонала, удельный вес покупных изделий, удельный вес потерь от брака, фондоотдача, среднегодовая численность ППП, среднегодовая стоимость основных производственных фондов, среднегодовой фонд заработной платы ППП, фондовооруженность труда, оборотность нормированных оборотных средств, непроизводственные затраты.

Была сформирована схема функционирования системы, наглядно изображающая зависимость результативного и факторных признаков.

Среди избранных путем корреляционного анализа показателей были также проведены: регрессионный анализ их взаимозависимостей с целью определить именно те показатели, которые имеют наибольшее влияние на результативный показатель продуктивности труда. А также избраны те, которые должны стать ограничениями для будущей целевой функции.

При составлении модели множественной регрессии, особенно когда объясняющих переменных много, возникает проблема их возможной коллинеарности.

Коллинеарными называют объясняющие переменные, которые в значительной степени коррелируют между собой. В этой ситуации переменные не добавляют новой информации, а поэтому их влияние на зависимую переменную сложно оценить. Это может привести к явной неопределенности коэффициентов, которые соответствуют коллинеарным переменным.

Оценить коллинеарность возможно, вычислив коэффициент инфляции VIF (Variance inflation factor – или мера мультиколлинеарности) для каждой из объясняющих переменных:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R^2_j}; \quad \text{где } R^2_j \text{ - коэффициент}$$

множественной смешанной корреляции объясняющей переменной со всеми объясняющими переменными.

Коэффициент множественной смешанной корреляции (детерминации) представляет собой сумму квадратов регрессии (SSR) деленную на полную сумму квадратов (SST). Он определяет долю вариации зависимой переменной, которая определяется заданным набором объясняющих переменных. Для определения коэффициентов множественной корреляции следует воспользоваться процедурой Регрессия надстройки Excel анализ данных.

Следующим этапом исследуется коллинеарность факторных показателей, производится поиск функции регрессии. Как результат, было получено множество вариантов функционирования системы, из

которых были выбраны две наиболее оптимальные модели.

При оценке уравнений регрессии стоит учитывать, что на результативный показатель могут влиять факторные, которые не учитываются в модели, а действующие опосредовано через другие факторные показатели. В этом случае стоит оценивать уравнение регрессии для измерения результативного показателя даже в тех случаях, когда вызывает сомнение его связь с некоторыми факторными признаками и не объясняется их природой, а только статистическими показателями.

Важно также отметить, что функция регрессии может оказаться нелинейной. Этот случай требует досконального анализа степеней регрессионной зависимости, что математически отображается в мере регрессионной зависимости. Для этого стоит сделать оценку уравнений регрессии не только первой но и более высоких степеней и выбрать те из них, которые согласованы со статистическими данными. Критерием является значение коэффициента детерминации R^2 : чем больше R^2 , тем больше вероятность того, что статистические данные не противоречат гипотезе о значимости уравнения регрессии. Проверку значимости уравнения регрессии выполняют с помощью критерия Фишера:

$$F = \frac{R^2(n - k - 1)}{(1 - R^2)k};$$

где k – количество факторных показателей; n – объем выборки.

Оценив значимость функции регрессии, можно сформировать статистическую модель задачи оптимального управления. Если в обобщенную модель войдет несколько моделей с четко выраженными результативными показателями, задача становится многокритериальной. В этом случае есть смысл провести исследование модели при одном из критериев оптимальности при ограничениях на значения других и повторить такие действия для каждого из критериев. Полученные результаты дадут возможность принимать решения в каждом конкретном случае, когда предпочтительнее удовлетворить требованию для определенного показателя.

Значения коэффициента инфляции VIF, полученные при расчетах, дают основания для построения не только основного наиболее упрощенного варианта статистической модели оптимального управления, а и второго, экспериментального варианта для сравнения.

Первым вариантом было добавление в целевую функцию двух объясняющих переменных. А вторым – статистическая модель с целевой функцией, имеющей три объясняющих переменных. Полученные данные по двум системам необходимо будет сравнить и сделать соответствующие выводы.

На основании рассчитанных функций регрессии далее рассматривались две статистические модели.

Далее были найдены функции регрессии результативного показателя на факторные (для первого и второго случая).

Построение функций регрессии факторных признаков на факторные дает возможность определить внутренние связи в системе.

При наличии функций регрессии задачу управления этой системой можно рассматривать уже не как задачу стохастического программирования, а как задачу нелинейного программирования.

Далее для построения статистической модели использовались возможности MS Excel. Математическая задача управления состоит в максимизации мат. ожидания функции цели.

$$F_0(x) = Mf_0(x, \theta)$$

При ограничениях

$$F_i(x) = Mf_i(x, \theta) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, m$$

$x \in X$

Были заданы функции зависимостей показателей, ограничения, а также целевая функция поиска наивысшего показателя производительности труда (для двоих вариантов функционирования рассматриваемой системы).

В дальнейшем все расчеты подлежали анализу, а также необходимо было сравнить результаты вычисленных значений для двух вариантов функционирования системы с указанием их отличий.

По результатам вычислений оказалось, что две модели различались между собой незначительно, но лишь они отражали наиболее оптимальный подход к управлению рассматриваемой сложной экономической системой.

Результаты

Установлено, что после построения статистической модели оптимального управления можно получить, и в дальнейшем регулировать деятельность предприятия, в зависимости от целевых ожиданий. Также стоит упомянуть, что варианты оптимального управления могут варьироваться в зависимости от предпочитаемых к использованию путей управления системой. Таким образом, можно повысить эффективность управления, что должно позитивно сказаться на результатах производства в предприятии.

Полученная статистическая модель принадлежит к области задач стохастического программирования и при известных и значимых функциях регрессии решается как задача нелинейного программирования. Область применимости решения определяется ограничениями на значения факторных признаков. Все действия по обработке статистических данных и исследованию статистической модели выполнены с помощью средств MS Excel.

Научная новизна и практическая значимость

Изучена задача, ранее имеющая недостаточное количество проведенных научных исследований в сфере изложенной тематики.

Усовершенствован подход к обработке данных наблюдений за деятельностью предприятия, оценке связей его показателей и влияния на производительность.

При построении статистических моделей оптимального управления были использованы новые технологии, что позволит в дальнейшем использовать изложенный новый подход к построению моделей оптимального управления с минимальным вмешательством человека.

Выводы

Разработана модель, которая может быть занесена в базу моделей системы поддержки принятия решений информационных систем по управлению экономическим процессом (деятельностью предприятия).

Использование разработанного алгоритма построения статистических моделей оптимального управления даст возможность эффективно скоординировать производственную деятельность предприятий по любым целевым показателям в зависимости от требуемого результата, например, повысить продуктивность труда, урегулировать рентабельность и прочие значимые показатели.

Полученная статистическая модель отображает закономерности, характерные для изученных статистических данных. Для другой выборки задача может быть несколько другой. Если необходимо установить закономерности, характерные для всей отрасли производства или характерные для функционирования организации, объем выборки следует увеличить и продолжить наблюдения. Однако, методы обработки статистических данных, построения математической модели, произведения рекомендаций по оптимальному управлению процессом как результат изложенной методики – неизменны.

Методы многомерного статистического анализа позволяют обосновать выбор вероятностно-статистической модели, которая наилучшим образом соответствует исходным статистическим данным, и оценить надежность и точность выводов как результата их анализа.

Современные информационные технологии и просто возможности MS Excel позволяют отказаться от введения условных вариантов и так называемых упрощенных методов расчета сведенных характеристик выборки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Грабовецкий Б. С. Экономико-статистические модели и методы: теоретико-прикладные аспекты / Б. С. Грабовецкий ; Винницкий национальный технический университет - Винница : ВНТУ, 2013. - 203 с.
2. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування / А. М. Єріна, Д. Л. Єрін ; Держ. ВНЗ "Київ. нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана". - Київ : КНЕУ, 2014. - 348 с.
3. Коломицева А. О. Моделювання процесів оптимального управління логістичними розподільчими системами / А. О. Коломицева, В. С. Яковенко // Бізнес Інформ. - 2012. - № 7. - С. 18-21. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2012_7_5 – Назва з екрана. – Перевірено 07.10.2016.
4. Кондратьєва Т. В. Статистичне імітаційне моделювання економічної поведінки фірми як коаліції агентів / Т. В. Кондратьєва. // Ефективна економіка. - 2011. - № 11. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/efek_2011_11_14 – Назва з екрана. – Перевірено 07.10.2016.
5. Кособуцький П. С. Статистичне моделювання / П. С. Кособуцький, М. В. Лобур ; Нац. ун-т "Львів. політехніка". - Л. : Вид-во Львів. політехніки, 2013. - 327 с.
6. Статистика для менеджеров с использованием Microsoft Excel / Д. М. Левин, Д. Стефан, Т.К. Крэбиэлл, М. Беренсон; Городской университет Нью-Йорка, Изд-во Прэнтіс холл, Нью-Джерси.
7. Цибрий Л. В. Математична статистика в Excel // Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: сб. наук. робіт Вип 78. – Д: ДВНЗ ПДАБА, 2014. – С. 294-298.
8. Уокенбах Дж. Excel 2003, Библия користувача.- Київ.- Видавничий дім «Вільямс», 2005. – 768 с.
9. Шарма Дж. К. Статистика для менеджмента 2014г. Пирсон, Индия. Режим доступу: <http://www.goodreads.com/book/show/22719762-statistics-for-management> – Назва з екрана. – Перевірено 07.10.2016.
10. Шарма Дж. К. Проблемы и решения для бизнес статистики. 2012г. Пирсон, Индия. Режим доступу: <http://www.goodreads.com/book/show/16941808-problems-and-solutions-of-business-statistics> – Назва з екрана. – Перевірено 07.10.2016.

REFERENCES

1. Grabovetsky B.E. *Ekonomiko-statystychni modeli i metody: teoretyko-prykladni aspekty* [Economic-statistical models and methods: theoretical and applied aspects]. Vinnytsya: Vinnytskyi Natsionalnyi Tekhnichnyi Universytet Publ., 2013, 203p. (in Ukrainian).
2. Yerina A.M. and Yerin D. L. *Statystychni modeliuvannia ta prognozuvannia* [Statistical modeling and prediction]. - Kyiv : Derzhavnyi vyshchyy navchalnyy zaklad "Kyivskyi natsionalnyy ekonomichnyy universytet imeni Vadyma Hetmana" Publ., 2014, 348 p. (in Ukrainian).
3. Kolomytseva A.O. and Yakovenko V.S. *Modeliuvannia protsesiv optymalnogo upravlinnia lohistychnymy rozpodilchymy systemamy* [Modeling of processes of logical distributed systems optimal management]. Biznes Inform., 2012,- no. 7. -pp. 18-21. - Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2012_7_5. (in Ukrainian).
4. Kondratyeva T. V. *Statystychni imitatsiyni modeliuvannia ekonomichnoi povedinky firmy yak koalitsii ahentiv* [Statistical-imitational management of economic behavior of company as an agents'-coalition]. Efektyvna ekonomika. - 2011. - no 11. – Available at : http://nbuv.gov.ua/UJRN/efek_2011_11_14. (in Ukrainian).
5. Kosobutsky P.S. and Lobur M.V. *Statystychni modeliuvannia* [Statistical modelling]. Lviv : Natsionalnyy universytet "Lvivska politehnika" Publ., 2013, 327 p. (in Ukrainian).
6. Levin D. M., Stefan D., Krebiell T.K. and Berenson M. *Statistika dlya menedzherov s ispolzovaniem Microsoft Excel* [Statistics for managers using Microsoft Excell]; State univercity of New York, Prentice Hall, New-Jersey.(in Russian).
7. Tsybriy L.V. *Matematychna statystyka v Excel* [Mathematical statistics in Excel]. *Stroitelstvo, materialovedenie, mashinostroenie : Sb. nauch. trudov* [Construction, materials science, mechanical engineering : Coll. scientific. works], 2014, issue 78, pp. 294-298. (in Ukrainian).
8. Uokenbakh Dzh. Excel 2003, *Bibliia korystuvacha*. [User's Bible]. Kyiv: Vydavnychyy dim «Vilyams», 2005, p.768 (in Ukrainian)
9. Sharma Dzh. K. *Statistika dlya menedzhmenta* [Statistics for management] 2014y. Pyrson, Yndyya. Available at: <http://www.goodreads.com/book/show/22719762-statistics-for-management>. (in Russian).
10. Sharma Dzh. K. *Problemy i reshenya dlya biznes statistiki*. [Problems and solutions of business statistics] 2012h. Pyrson, Indiya. Available at: <http://www.goodreads.com/book/show/16941808-problems-and-solutions-of-business-statistics>. (in Russian).