

УДК 519.6 + 624.01

СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ КОРРОДИРУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

ДЕНИСЮК О.Р. ^{1*}, аспирант,
ЗЕЛЕНЦОВ Д.Г. ², д.т.н., проф.

^{1*} Кафедра информационных систем, Государственное высшее учебное заведение "Украинский государственный химико-технологический университет", пр. Гагарина, 8, 49005, Днепр, Украина, тел. +38 (0562) 47-38-77, e-mail: denolga91@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-9818-5298

² Кафедра информационных систем, Государственное высшее учебное заведение "Украинский государственный химико-технологический университет", пр. Гагарина, 8, 49005, Днепр, Украина, ORCID ID: 0000-0002-5785-9858

Аннотация. Цель. Предлагается алгоритм решения систем дифференциальных уравнений, моделирующих процесс изменения во времени напряжённо-деформированного состояния статически неопределимых шарнирно-стержневых конструкций вследствие воздействия агрессивных сред (процесс коррозионного деформирования). Предлагаемый алгоритм позволяет минимизировать вычислительные затраты при обеспечении необходимой точности получаемого решения. **Методика.** Алгоритм основан на декомпозиции системы - преобразовании исходных уравнений путём введения в них функций, описывающих влияние остальных уравнений, и последующем решении одного из этих уравнений. Первый этап предполагает численное решение с минимальным количеством узловых точек системы дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный процесс, для определения номера элемента, определяющего долговечность конструкции, и построения для него аппроксимирующей функции изменения внутреннего усилия во времени. На втором этапе происходит преобразование дифференциального уравнения, описывающего коррозионный процесс в элементе с наименьшей долговечностью, путём ввода в его правую часть полученной аппроксимирующей функции и его численное решение с необходимой точностью. **Результаты.** Результаты численных экспериментов подтверждают эффективность и точность предлагаемого алгоритма. Показано, что предложенный алгоритм позволяет на порядок снизить вычислительные затраты при определении долговечности конструкций по сравнению с ранее использовавшимися алгоритмами при одной и той же точности. Сделан вывод о том, что показатель эффективности алгоритма не зависит от формы и размеров сечений стержневых элементов. **Научная новизна.** Впервые предложена и обоснована возможность построения функций, аппроксимирующих изменение с течением времени внутренних усилий в стержневых элементах, и решения вместо системы дифференциальных уравнений единственного уравнения. **Практическая значимость.** Наиболее перспективным использованием данного алгоритма представляется при решении задач оптимального проектирования конструкций при ограничениях по долговечности. В этом случае задача определения долговечности решается на каждой итерации поиска оптимального проекта, что приводит к большим вычислительным затратам. Применение декомпозиционного алгоритма позволит решить задачу с минимальными вычислительными затратами и высокой точностью.

Ключевые слова: агрессивная среда; процесс коррозионного деформирования; система дифференциальных уравнений; декомпозиционный алгоритм.

СПОСІБ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ КОРОДУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ

ДЕНИСЮК О.Р. ^{1*}, аспірант,
ЗЕЛЕНЦОВ Д.Г. ², д.т.н., проф.

^{1*} Кафедра інформаційних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет» пр. Гагаріна, 8, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-38-77, e-mail: denolga91@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-9818-5298

² Кафедра інформаційних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет» пр. Гагаріна, 8, 49005, Дніпро, Україна, ORCID ID: 0000-0002-5785-9858

Анотація. Мета. Запропоновано алгоритм розв'язання систем диференціальних рівнянь, що моделюють процес зміни у часі напружено-деформованого стану статично невизначених шарнірно-стержневих конструкцій внаслідок впливу агресивних середовищ (процес корозійного деформування). Запропонований алгоритм дозволяє мінімізувати обчислювальні витрати при забезпеченні необхідної точності отриманого розв'язку. **Методика.** Алгоритм заснований на декомпозиції системи – перетворенні вхідних рівнянь шляхом введення в них функцій, що описують вплив решти рівнянь, та наступному розв'язанні одного з цих рівнянь. Перший етап передбачає чисельне розв'язання з мінімальною кількістю вузлових точок системи диференціальних рівнянь, що описують корозійний процес, для встановлення номеру елементу, що визначає

довговічність конструкції, і побудови для нього апроксимуючої функції зміни внутрішнього зусилля у часі. На другому етапі відбувається перетворення диференціального рівняння, що описує корозійний процес в елементі з найменшою довговічністю, шляхом введення в його праву частину отриманої апроксимуючої функції та його чисельне розв'язання з необхідною точністю. **Результати.** Результати чисельних експериментів підтверджують ефективність і точність запропонованого алгоритму. Показано, що запропонований алгоритм дозволяє істотно знизити обчислювальні витрати при визначенні довговічності конструкцій у порівнянні з алгоритмами, що використовувалися раніше, при тій же самій точності. Зроблено висновок про те, що показник ефективності алгоритму не залежить від форми та розмірів перерізів стержневих елементів. **Наукова новизна.** Вперше запропоновано та обґрунтовано можливість побудови функцій, що апроксимують зміни у часі внутрішніх зусиль у стержневих елементах, та розв'язання замість системи диференціальних рівнянь одного рівняння. **Практична значимість.** Найбільш перспективним використання даного алгоритму видається при розв'язанні задач оптимального проектування конструкцій при обмеженнях по довговічності. В цьому разі задача визначення довговічності розв'язується на кожній ітерації пошуку оптимального проекту, що призводить до великих обчислювальних витрат. Використання декомпозиційного алгоритму дозволить розв'язати задачу з мінімальними обчислювальними витратами та високою точністю.

Ключові слова: агресивне середовище; процес корозійного деформування; система диференціальних рівнянь; декомпозиційний алгоритм.

ONE WAY TO INCREASE THE EFFICIENCY OF NUMERICAL METHODS OF MODELING THE CORRODING CONSTRUCTIONS BEHAVIOR

DENYSIUK O.R.^{1*}, *PhD student*,
ZELENTSOV D.G.², *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

^{1*} Department of Information Systems, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", Gagarina avenue, 8, 49005, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-38-77, e-mail: denolga91@rambler.ru, ORCID ID: 0000-0002-9818-5298

² Department of Information Systems, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", Gagarina avenue, 8, 49005, Dnipro, Ukraine, ORCID ID: 0000-0002-5785-9858

Abstract. Objective. The paper proposes an algorithm of solving differential equation systems modeling the process of change of strain-stress state of statically indeterminate hinged-rod structures over time due to influence of aggressive environments (the process of corrosive deformation). The proposed algorithm allows to minimize numerical cost and at the same time to acquire the solution with necessary accuracy. **Methodology.** The algorithm is based on decomposition of the system which means transforming initial equations by entering into them functions that describe influence of other equations, and then solving one of those equations. The first stage assumes numerical solution of system of differential equations with minimal number of nodes to determine the number of element which determines the durability of structure and to build the approximation function describing change of internal forces over time. On the second stage the differential equation describing corrosion process in element with the least durability is transformed by entering the acquired approximation function into its right side and solved numerically with necessary accuracy. **Results.** The results of numerical experiments prove efficiency and accuracy of the proposed algorithm. It is shown that the proposed algorithm allows to significantly lower computational cost determining durability of constructions in comparison to the algorithms used before acquiring the solution with the same accuracy. The authors came to conclusion that efficiency of the algorithms does not depend on forms and sizes of rod elements. **Scientific novelty.** For the first time the possibility of building functions approximating the change in the internal forces of rod elements over time, and solving a single equation instead of the system of differential equations is proposed and substantiated. **Practical significance.** The most promising use of this method is in the solution of problems of optimum design of structures with durability constraints. In this case the problem of durability determination is solved on each iteration of optimal design search, and that leads to high computational cost. Application of decomposition method will allow to solve the problem with minimal computational cost and high accuracy.

Keywords: aggressive environment; process of corrosive deformation; system of differential equations; decomposition algorithm.

Введение

При решении практических задач, связанных с моделированием процесса коррозионного деформирования и прогнозированием долговечности металлических конструкций, функционирующих в агрессивных средах (АС), особое значение приобретает проблема точности и эффективности вычислительных методов и алгоритмов. В общем случае, моделирование процесса коррозионного деформирования конструкции во времени вследствие происходящих в её элементах физико-химических

процессов предполагает численное решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих процесс накопления геометрических повреждений. Повышение точности за счёт увеличения количества узлов временной сетки приводит к резкому увеличению вычислительных затрат.

На начальном этапе развития механики корродирующих конструкций, как самостоятельного направления строительной механики, проблеме анализа точности получаемых результатов в большинстве работ внимания практически не

уделялось. В лучшем случае, указывался лишь метод решения СДУ. В частности, в монографии [11] в разделе, посвящённом решению задачи долговечности стержневых элементов при одноосном напряженном состоянии, указывается, что «для решения применяются или метод Эйлера с итерациями, или методы Рунге-Кутты, или Кутта-Мерсона». Там же, при решении задачи изгиба балки с учётом воздействия АС: «для решения используется численный подход». Такое пренебрежение к численным методам, и, тем более, оценки их точности, объясняется, видимо, тем, что авторы интересовали лишь качественные оценки.

Одной из первых работ, в которой приводятся рекомендации по выбору параметров численного решения СДУ при исследовании корродирующих пластин, следует считать [6]. В ней предлагалось принимать длину шага интегрирования по времени не более $1/200$ отношения толщины пластины к скорости коррозии при отсутствии напряжений. Обобщить эти рекомендации на случай стержневых конструкций не представляется возможным, так как они не учитывают такие важные факторы, влияющие на погрешность численного решения, как периметр сечения стержня и значение напряжения в начальный момент времени. Кроме того, следование указанным рекомендациям может приводить к чрезмерным вычислительным затратам при исследовании многоэлементных конструкций, особенно при решении оптимизационных задач [9, 10].

В более поздних работах повышение эффективности и точности вычислительных алгоритмов осуществлялось посредством их модификации, в том числе – использованием аналитических зависимостей между параметрами сечения и агрессивной среды, напряжением, предельным значением глубины коррозии и временем [4, 12]. Однако количественных оценок погрешностей решения в этих работах приведено не было.

В одной из первых работ, посвящённой повышению эффективности численного интегрирования систем дифференциальных уравнений, применялся метод динамического программирования к задаче минимизации числа арифметических операций при интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений n -го порядка за счёт регулирования длины шага интегрирования [8].

Более перспективным представляется подход, основанный на формализации информации о влиянии на погрешность решения (помимо величины шага интегрирования) таких факторов, как начальные значения напряжений в элементе, для стержневых конструкций - характеристики его сечений (формы, площади, периметра) и параметров агрессивной среды. Такая формализация была осуществлена с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС) [7, 13] при исследовании шарнирно-стержневых конструкций (ШСК). При очевидных преимуществах

данного подхода остался открытым вопрос о влиянии изменения во времени внутренних усилий в стержневых элементах на точность получаемого решения.

Цель

Целью настоящей работы является поиск новых эффективных вычислительных алгоритмов определения долговечности корродирующих конструкций. Авторами предлагается и обосновывается алгоритм решения СДУ, основанный на декомпозиции системы и позволяющий достигнуть высокой точности численного решения при минимальных вычислительных затратах.

Методика

Математические модели поведения многоэлементных металлических конструкций, подвергающихся коррозионному разрушению, включают в себя две связанные между собой группы уравнений. Первая представляет собой уравнения механики деформированного твёрдого тела – уравнения равновесия и совместности деформаций, соотношения Коши и физические соотношения (для упругих тел – закон Гука). В виде системы уравнений метода конечных элементов (МКЭ) она может быть представлена следующим образом:

$$\begin{cases} \bar{R} = K^{-1} \cdot \bar{u} \\ \bar{\varepsilon} = D \cdot \bar{u} \\ \bar{\sigma} = E \cdot \bar{\varepsilon} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь K, D, E – матрицы жёсткости, дифференцирования и упругости; $\bar{R}, \bar{u}, \bar{\varepsilon}$ и $\bar{\sigma}$ – векторы узловых нагрузок, перемещений, деформаций и напряжений.

Вторая группа описывает процесс изменения вследствие коррозии геометрических размеров конструктивных элементов и имеет вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \Phi(\sigma_i(\bar{\delta})); \quad \delta_i|_{t=0} = 0; \quad i = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Здесь δ_i – глубина коррозионного поражения (параметр повреждённости); t – время; v_0 – скорость коррозии при отсутствии напряжений; N – количество стержневых элементов.

Функции правых частей СДУ $\Phi(\sigma)$ зависят от уровня механических напряжений, для определения которых используются уравнения первой группы. В этом случае система (2) может быть решена только численно, причём решение задачи МКЭ (1) осуществляется в каждом узле временной сетки. Именно это определяет уровень вычислительных затрат, который нелинейно возрастает при

увеличении размерности задачи МКЭ и, как следствие, размерности СДУ [5].

Очевидно, на изменение напряжений в стержневых элементах будут влиять два фактора: изменение площади сечений и изменение внутренних усилий. Первый фактор учесть относительно несложно, так как величина коррозионного поражения в элементе, от которого и зависит площадь сечения, определяется величиной напряжения только в этом элементе. При постоянном значении усилий СДУ вида (2) при этом вырождается в простую совокупность несвязанных дифференциальных уравнений, отличающихся лишь параметрами.

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \Phi[\sigma_i(A_i(\delta_i), Q_i)]; \delta_i|_{t=0} = 0; i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Долговечность любого конструкционного элемента может быть определена аналитически, то есть точно (в рамках принятой модели коррозионного износа). Таким образом, решение задачи прогноза долговечности статически определимых шарнирно-стержневых конструкций сводится к решению независимых дифференциальных уравнений. Это решение может также служить приближённой оценкой долговечности статически неопределимых конструкций. Его погрешность будет определяться степенью изменения усилий в стержневых элементах.

В статически неопределимых конструкциях усилие в данном элементе зависит от изменяющихся во времени жесткостных характеристик всех элементов. Именно это определяет связь между уравнениями системы (2):

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \Phi[\sigma_i(A_i(\delta_i), Q_i(\bar{\delta}))]; \delta_i|_{t=0} = 0; i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

На характер изменения усилий во времени кроме параметров коррозионного износа оказывает влияние большое количество факторов, в том числе топология конструкции, её размеры, граничные условия и условия нагружения, количество элементов системы. Идея предлагаемого авторами метода заключается в построении функции изменения усилия во времени, что позволит рассмотреть вместо СДУ (4) отдельное дифференциальное уравнение, так как эта функция позволит учесть влияние остальных уравнений.

Если зависимость усилия в элементе, который определяет долговечность конструкции в целом, от времени будет формализована, то вместо системы уравнений (2) достаточно получить численное решение единственного уравнения, причём, с любой степенью точности, поскольку для вычисления напряжений уже не требуется решать задачу МКЭ. Это позволит многократно снизить вычислительные затраты, а расхождение между гипотетическим точным решением СДУ (2) и решением одного уравнения будет определяться только погрешностью аппроксимации зависимости усилия от времени. С другой стороны, функция, аппроксимирующая

зависимость внутреннего усилия в стержне от времени, может быть построена только в результате решения СДУ вида (2).

Исходя из этого, решение задачи предлагается проводить в два этапа.

Первый этап предполагает численное решение СДУ с минимальным количеством узловых точек для определения номера элемента, определяющего долговечность конструкции, и построения для него аппроксимирующей функции изменения усилия во времени. В результате реализации первого этапа определяется приближённое значение долговечности конструкции \tilde{t} .

Результаты численных экспериментов позволили сделать вывод о том, что полином третьей степени весьма точно аппроксимирует закон изменения внутреннего усилия. Следовательно, на временном интервале $[0; \tilde{t}]$ достаточно четырёх узловых точек. Таким образом, на первом этапе задача МКЭ решается только четыре раза.

На втором этапе происходит преобразование дифференциального уравнения, описывающего коррозионный процесс в элементе с наименьшей долговечностью, путём ввода в его правую часть полученной аппроксимирующей функции $Q = Q(t)$ и его численное решение с необходимой точностью. Его решением будет уточнённое значение долговечности конструкции.

Остановимся на алгоритме численного решения задачи Коши для СДУ вида (2).

В большинстве известных работ для решения СДУ использовались одношаговые численные методы типа Рунге-Кутты, чаще всего – метод Эйлера. Недостатки этих методов, помимо низкой эффективности, достаточно полно изложены в [4].

Главным неудобством используемых методов является то, что абсцисса точки пересечения графика функции $\sigma = \sigma(t)$ с линией $\sigma^* = \sigma^*(t)$ неизвестна; её определение и является результатом решения задачи прогноза долговечности. Произвольное назначение расстояния между узлами временной сетки не позволяет контролировать точность численного решения и всегда обеспечивает выполнение условия его существования для всех возможных параметров СДУ.

В настоящей статье для численного решения СДУ (2) использовался модифицированный алгоритм метода Эйлера с переменным шагом интегрирования по аргументу (рис. 1).

Предлагается задавать приращение функции $\Delta\sigma_s = const$, а соответствующее значение приращения аргумента Δt_s определять по формуле, вывод которой приведен в [4]:

$$\Delta t_s = \frac{\Delta\delta_s}{v_0} - \frac{2kQ}{v_0 d} \ln \left\{ \frac{(2a \cdot \Delta\delta_s + b - d)(b + d)}{(2a \cdot \Delta\delta_s + b + d)(b - d)} \right\} \quad (5)$$

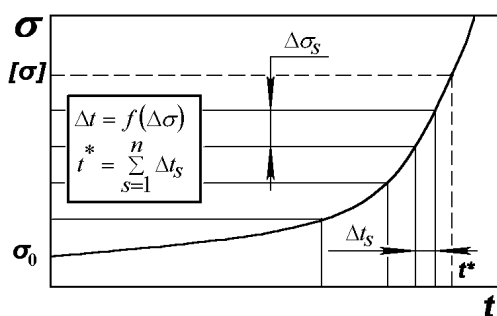


Рис. 1. Графическая иллюстрация вычислительного алгоритма / Graphical illustration of the numerical algorithm

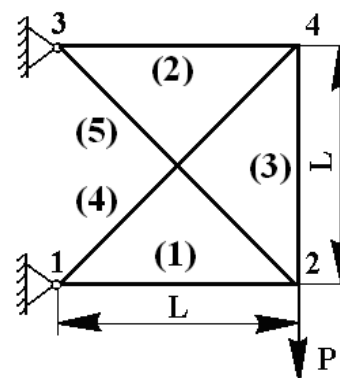


Рис. 2. Пятиэлементная шарнирно-стержневая конструкция / Five-element hinged-rod structure

В (5) приняты следующие обозначения: a – коэффициент формы сечения; s – номер временного интервала; Q – величина осевого усилия; k – коэффициент влияния напряжения на скорость коррозии; $b = -P_{s-1}$; $c = A_{s-1} + kQ$; $d = \sqrt{b^2 - 4ac}$; A_{s-1} , P_{s-1} – площадь и периметр сечения в $(s-1)$ -й момент времени. Приращение параметра поврежденности $\Delta\delta_s$, соответствующее приращению напряжения $\Delta\sigma_s$ определяется, как решение уравнения:

$$A_{s-1} - P_{s-1} \cdot \Delta\delta_s + a \cdot \Delta\delta_s^2 = \frac{Q}{\sigma_{s-1} + \Delta\sigma_s} \quad (6)$$

Формула (5) получена для модели накопления геометрических повреждений, предложенной В. М. Долинским [3]:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0(1 + k \cdot \sigma) \quad (7)$$

В настоящее время используются и другие модели коррозионного износа, отличающиеся видом функции правой части [1, 2]. Возможность использования (7) в качестве обобщенной модели обоснована в [4]. В качестве параметра вычислительной процедуры выступает количество равноотстоящих узловых точек интервала $[\sigma_0; \sigma^*]$. В этом случае условие существования численного решения выполняется для всей области определения параметров СДУ.

Результаты

Для иллюстрации предложенного метода в качестве модельной конструкции рассмотрим статически неопределимую 5-стержневую ферму (рис. 2). Параметры конструкции и агрессивной среды принимались следующие: $L = 100$ см; $P = 200$ кН; $[\sigma] = 240$ МПа; $v_0 = 0,1$ см/год; $k = 0,003$ МПа⁻¹. Сечения элементов соответствуют стандартным уголковым профилям: (1) - 160×100×10; (2) и (3) - 100×63×8; (4) - 110×110×8 и (5) - 180×110×12.

Для получения эталонного решения использовался метод Эйлера с пересчетом. Расстояние между узлами временной сетки принималось равным $\Delta t = 0,005 \cdot \tilde{t}$, где $\tilde{t} = \min\{\tilde{t}_1; \tilde{t}_2; \dots; \tilde{t}_5\}$ – приближенное значение долговечности конструкции; $\tilde{t}_1; \tilde{t}_2; \dots; \tilde{t}_5$ – значения долговечности стержневых элементов, найденные с использованием формул (5) и (6) при $\Delta\sigma = [\sigma] - \sigma_0$ и постоянном значении внутренних усилий. Найденное таким образом значение определялось долговечностью четвертого элемента и составило $\tilde{t} = 2,512$ года, расстояние между узлами $\Delta t = 0,0125$ года.

Абсолютные значения усилий и напряжений (в скобках) в элементах фермы в различные моменты времени представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты решения методом Эйлера с постоянным шагом по времени / The results of solving the problem using Euler method with constant step over time

t, лет	Q _i , кН (σ _i , МПа)				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0,0	144,69 (57,88)	55,16 (44,49)	55,14 (44,47)	77,90 (45,94)	205,01 (61,46)
0,5	146,44 (66,83)	53,40 (50,66)	53,37 (50,64)	75,39 (52,23)	207,54 (69,74)
1,0	148,71 (79,24)	51,10 (58,96)	51,07 (58,93)	72,13 (60,69)	210,82 (79,98)
1,5	151,83 (97,76)	47,93 (70,82)	47,90 (70,78)	67,63 (72,79)	215,35 (94,66)
2,0	156,52 (128,93)	43,18 (89,52)	43,14 (89,45)	60,89 (91,90)	222,17 (116,84)
2,5	164,77 (195,15)	34,80 (124,93)	34,77 (124,78)	49,03 (128,30)	234,19 (155,47)
2,66	168,79 (233,86)	30,71 (143,44)	30,69 (143,23)	43,24 (147,65)	240,08 (173,85)

Как следует из приведенных данных, в элементах (2), (3) и (4) происходит уменьшение внутренних усилий, а в элементах (1) и (5) – их увеличение.

Поэтому в действительности долговечность конструкции будет определять первый элемент.

Эталонное значение долговечности составило $t_{et} = 2,67596$ года. Уточнение решения для трёх последних узлов временной сетки осуществлялось методом парабол. Для получения эталонного решения задача расчёта напряжённого состояния конструкции решалась 214 раз.

В таблице 2 приведены абсолютные значения усилий и напряжений (в скобках) в элементах конструкции, полученные при реализации первого этапа декомпозиционного алгоритма.

Изменение усилий в первом элементе конструкции аппроксимировалось полиномом третьей степени, при этом использовались данные первых четырёх строк таблицы.

Таблица 2

Результаты решения методом Эйлера с переменным шагом по времени / The results of solving the problem using Euler method with changing step over time

$t, \text{ лет}$	$Q_i, \text{ кН} \quad (\sigma_i, \text{ МПа})$				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0,0	144,69 (57,88)	55,16 (44,49)	55,14 (44,47)	77,90 (45,94)	205,01 (61,46)
1,685	153,00 (103,09)	46,75 (74,34)	46,72 (74,29)	65,96 (76,34)	217,76 (99,05)
2,339	160,37 (152,48)	39,27 (103,41)	39,24 (103,31)	55,35 (106,02)	227,76 (133,03)
2,681	167,38 (208,77)	32,15 (133,05)	32,12 (132,88)	45,28 (136,49)	237,98 (164,89)
2,904	174,93 (281,64)	24,48 (167,60)	25,45 (166,88)	34,43 (172,16)	249,04 (198,09)

На втором этапе численно решалось дифференциальное уравнение, описывающее процесс коррозионного разрушения в первом элементе, при формализованной зависимости внутреннего усилия от времени:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot \left(1 + k \cdot \frac{Q_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3}{A_0 - P_0 \delta + a \delta^2} \right), \quad (8)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – коэффициенты полинома, A_0, P_0 – площадь и периметр сечения при $t = 0,0$.

Численное решение уравнения (8) было получено с использованием метода Эйлера с пересчётом при $\Delta t = 0,0125$ года. Полученное значение долговечности составило $t^* = 2,69374$ года. Погрешность решения задачи относительно эталонного решения составила 0,66 %. При этом задача МКЭ решалась пять раз, то есть вычислительные затраты уменьшились более чем в 40 раз.

В таблице 3 приведены результаты решения задачи прогноза долговечности для пятистержневой фермы с элементами одинакового сечения.

Таблица 3

Результаты решения задачи прогноза долговечности / The results of durability problem solution

Профиль	$t_{et}, \text{ лет}$	n	$t^*, \text{ лет}$	$\varepsilon, \%$
Уголок 125×125×9	2,32173	206	2,30548	0,70
Уголок 140×90×10	2,59140	206	2,57318	0,70
Двутавр 160×81	1,57270	207	1,56206	0,68
Швеллер 180×70	1,66593	206	1,65450	0,69
Швеллер 200×76	1,83823	205	1,82510	0,71

В столбцах таблицы указаны: профили стержней; эталонное значение долговечности; количество шагов интегрирования СДУ при получении эталонных решений; значение долговечности, полученное с помощью декомпозиционного метода и погрешность этого решения относительно эталона. Из приведенных данных следует, что показатель эффективности алгоритма не зависит от формы и размеров сечений стержневых элементов.

Научная новизна и практическая значимость

Впервые предложена и обоснована возможность построения функций, аппроксимирующих изменение с течением времени внутренних усилий в стержневых элементах, и решения вместо системы дифференциальных уравнений единственного уравнения.

Использование декомпозиционного алгоритма позволило существенно повысить эффективность вычислительных процедур для решения задач расчёта долговечности корродирующих конструкций при обеспечении высокой точности получаемых результатов. Погрешность получаемых решений определяется только погрешностью аппроксимации функций внутренних усилий от времени.

Выводы

Приведенный в статье декомпозиционный метод решения систем дифференциальных уравнений, моделирующих процесс коррозионного деформирования шарнирно-стержневых конструкций, может быть обобщён на другие классы конструкций. Наиболее перспективным использование данного метода, по мнению авторов, представляется при решении задач оптимального

проектирования конструкций при ограничениях по долговечности [14-16]. В этом случае задача определения долговечности решается на каждой итерации поиска оптимального проекта, что

приводит к большим вычислительным затратам. Применение декомпозиционного метода позволит решить задачу с минимальными вычислительными затратами и высокой точностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Gutman E.M., Zaynulin R.S. and Zaripov Гутман Э. М. Кинетика механохимического разрушения и долговечность растянутых конструктивных элементов при упруго-пластическом деформировании / Э. М. Гутман, Р. С. Зайнулин, Р. А. Зарипов // Физ.-хим. механика материалов. – 1984. - №2. – С.14-17.
2. Гутман Э. М. Механохимия металлов и защита от коррозии / Э. М. Гутман. – Москва : Metallurgia, 1981. – 252 с.
3. Долинский В. М. Изгиб тонких пластин, подверженных коррозионному износу / В. М. Долинский // Динамика и прочность машин, Харьков, 1975. – Вып. 21. – С.16–19.
4. Зеленцов Д. Г. Информационное обеспечение расчётов корродирующих объектов. Математические модели и концепция проектирования систем / Д. Г. Зеленцов, О. А. Ляшенко, Н. Ю. Науменко. – Днепропетровск : УГХТУ, 2012. – 264 с.
5. Зеленцов Д. Г. Математическое моделирование коррозионных процессов в континуальных конструкциях с использованием адаптированных конечных элементов переменной жесткости / Д. Г. Зеленцов, Н. Ю. Науменко // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Вип. 5 (34). – Дніпропетровськ, 2004. – С. 80 – 88.
6. Карпунин В. Г. К расчёту пластин и оболочек с учетом общей коррозии / В. Г. Карпунин, С. И. Клещев, М. С. Корнишин // Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. – Тбилиси: Мецниереба, 1975. – т. 1. – С. 166 – 174.
7. Короткая Л. И. Использование нейронных сетей при численном решении некоторых систем дифференциальных уравнений / Л. И. Короткая. // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 3/4 (51). – С. 24 – 27.
8. Коротченко А. Т. О применении метода динамического программирования к оптимальному интегрированию системы дифференциальных уравнений / А. Т. Коротченко // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб. – Горький : ГГУ, 1976. – вып. 4. – С.95 – 97.
9. Овчинников И. Г. О задачах оптимального проектирования конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред / И. Г. Овчинников // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1988. – № 9. – С. 17 – 20.
10. Овчинников И. Г. Тонкостенные конструкции в условиях коррозионного износа. Расчёт и оптимизация / И. Г. Овчинников, Ю. М. Почтман. Днепропетровск: ДГУ, 1990. – 192 с.
11. Петров В. В. Расчёт элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой / В. В. Петров, И. Г. Овчинников, Ю. М. Шихов. – Саратов : Саратов. ун-т, 1987. – 288 с.
12. Радуль О. А. Исследование долговечности ферм с учётом общей и локальной коррозии / О. А. Радуль // Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions. – Warsaw, 2009. – vol. 17. – P. 477 – 484.
13. Радуль О. А. Оптиміальне проектування кородуючих конструкцій з використанням штучних нейронних мереж / О. А. Радуль // Промислове будівництво та інженерні споруди. – Київ : ТОВ «Укрінсталькон ім. В. Н. Шимановського», 2012. - №1. – С.16-18.
14. Gutkowski W. Discrete structural optimization/ W. Gutkowski // International Centre for Mechanical Sciences. – Springer, 1997. – Vol. 373. – 250 p. doi:10.1007/978-3-7091-2754-4
15. Rajeev S. Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms / S. Rajeev, C. S. Krishnamoorthy // Journal of Structural Engineering. – 1992. – Vol. 118, № 5. – pp. 1233–1250. doi:10.1061/(asce)0733-9445(1992)118:5(1233)
16. Wu S.-J. Steady-state genetic algorithms for discrete optimization of trusses / S.-J. Wu, P.-T. Chow // Computers & Structures. – 1995. – Vol. 56, № 6. – pp. 979–991.

REFERENCES

1. R.A. *Kinetika mekhanokhimicheskogo razrusheniya i dolgovechnost' rastyanutykh konstruktivnykh elementov pri uprugoplasticheskom deformirovanii* [The kinetics of mechanochemical destruction and durability of stretched structural elements during elastic-plastic deformation]. *Fiz.-khim. mekhanika materialov* [Physics-chemical mechanics of materials], 1984, no. 2. pp. 14-17. (in Russian).
2. Gutman E.M. *Mekhanokhimiya metallov i zashchita ot korrozii* [Mechanochemistry of metals and corrosion protection]. Moscow: Metallurgia Publ., 1981. 252 p. (in Russian).
3. Dolinskiy V.M. *Izhib tonkikh plastin, podverzhennykh korrozionnomu iznosu* [Bending of thin plates subject to corrosive wear]. *Dinamika i prochnost mashin* [Dynamics and strength of machines], 1975, no. 21. pp. 16–19. (in Russian).
4. Zelentsov D.G., Lyashenko O.A. and Naumenko N.Yu. *Informatsionnoe obespechenie raschetov korrodiryushchikh obektov. Matematicheskie modeli i kontseptsiya proektirovaniya system* [Information provision for calculations of corrosive objects. Mathematical models and concept of systems design]. Dnepropetrovsk: Ukrainian State University of Chemical Technology Publ., 2012, 264 p. (in Russian).
5. Zelentsov D.G. and Naumenko N.Yu. *Matematicheskoe modelirovanie korrozionnykh protsessov v kontinualnykh konstruktivnykh s ispolzovaniem adaptirovannykh konechnykh elementov peremennoy zhestkosti* [Mathematical modeling of corrosion processes in the continuum structures with the use adapted finite elements of variable stiffness]. *Sistemni tekhnologii. Regionalniy mizhvuzivskiy zbirnik naukovikh prats* [System technologies. Regional Interuniversity collection of scientific papers] , 2004, no. 5 (34). pp. 80 – 88. (in Russian).

6. Karpunin V.G. and Kornishin M.S. *K raschetu plastin i obolochek s uchetom obshchey korrozii* [The calculation of plates and shells taking general corrosion into account]. *Trudy X Vsesoyuznoy konferentsii po teorii obolochek i plastin*, Tbilisi: Metsniereba publ., 1975, vol 1. pp. 166 – 174. (in Russian).
7. Korotkaya L.I. *Ispolzovanie neyronnykh setey pri chislennom reshenii nekotorykh sistem differentsialnykh uravneniy* [The use of neural networks in the numerical solution of some systems of differential equations]. *Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy* [Eastern European advanced technology magazine], 2011, no. 3/4 (51). pp. 24 – 27. (in Russian).
8. Korotchenko A.T. *O primenenii metoda dinamicheskogo programmirovaniya k optimal'nomu integrirovaniyu sistemy differentsial'nykh uravneniy* [On the application of dynamic programming to the optimal integration of differential equations system]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Vsesoyuzn. mezhvuz. sb.* [Applied problems of strength and ductility. All-Union. Intercollege. Sat.], 1976, no. 4. pp. 95 – 97. (in Russian).
9. Ovchinnikov I.G. *O zadachakh optimal'nogo proektirovaniya konstruksiy, podvergayushchikhsya vozdeystviyu agressivnykh sred* [On the problems of optimum design of structures exposed to corrosive environments]. *Izvestiya VUZov. Stroitel'stvo i arkhitektura* [Proceedings of the universities. Construction and architecture], 1988, no. 9. pp. 17 – 20. (in Russian).
10. Ovchinnikov I.G. and Pochtman Yu.M. *Tonkostennyye konstruksii v usloviyakh korroziionnogo iznosa. Raschet i optimizatsiya* [Thin-walled structures in the conditions of corrosive wear. Calculation and optimization]. Dnepropetrovsk, DGU Publ., 1990. 192 p. (in Russian).
11. Petrov V.V., Ovchinnikov I.G. and Shikhov Yu.M. *Raschet elementov konstruksiy, vzaimodeystvuyushchikh s agressivnoy sredoy* [Calculation of structural elements interacting with aggressive environment]. Saratov, Sarat. un-t Publ., 1987. 288 p. (in Russian).
12. Radul' O.A. *Issledovanie dolgovechnosti ferm s uchetom obshchey i lokalnoy korrozii* [Research of durability of trusses taking into account general and localized corrosion]. *Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions*, Warsaw, 2009, vol. 17. pp. 477 – 484. (in Russian).
13. Radul' O.A. *Optimalne proektuvannia koroduiuchikh konstruksiy z vykoristanniam shtuchnykh neyronnykh merezh* [Optimal design of corroding structures using artificial neural networks]. *Promislove budivnitstvo ta inzhenerni sporudi* [Industrial construction and civil engineering constructions], 2012, no. 1. pp. 16-18. (in Ukrainian).
14. Gutkowski W. *Discrete structural optimization*. International Centre for Mechanical Sciences, Springer, 1997, vol. 373, 250 p. doi:10.1007/978-3-7091-2754-4
15. Rajeev S. and Krishnamoorthy C. S. *Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms*. *Journal of Structural Engineering*, 1992, vol. 118, no. 5. pp. 1233–1250. doi:10.1061/(asce)0733-9445(1992)118:5(1233)
16. Wu S.-J. and Chow P.-T. *Steady-state genetic algorithms for discrete optimization of trusses*. *Computers & Structures*, 1995, vol. 56, no 6. pp. 979–991.