

УДК 624.072.32

ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ЗМІНИ ЖОРСТКОСТІ ПЕРЕРІЗУ КРУГЛИХ АРОК ЗІ ЗВАРНИХ ДВОТАВРІВ

БЛИК С.І.^{1*}; *д.т.н., професор.*ШПИНДА В.З.^{2*}; *аспірант.*

^{1*}Кафедра металевих та дерев'яних конструкцій, Київський Національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський проспект 31, м. Київ, Україна, 03037, e-mail: bilyk.sergio@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

^{2*}Кафедра металевих та дерев'яних конструкцій, Київський Національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський проспект 31, м. Київ, Україна, 03037, e-mail: forcaerus@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6613-762X

Анотація. *Ціль.* Пошук раціональної форми перерізу аркових конструкцій зі зварних двотаврів залишається малодослідженою темою та має ряд задач які потребують уточнень та додаткових досліджень. Такими задачами є вплив розрахункових сполучень навантажень на пошук раціональної функції зміни жорсткості конструкції арки зі зварних двотаврів описаною функцією кола, пошук раціонального перерізу, з точки витрат сталі, для кожної точки дуги арки, а також врахування конструктивних особливостей що виникають при проектуванні арок змінної жорсткості. Цілями статті є визначення видів навантажень, що мають основний вплив на розподіл зусиль в круглих арках, отримання функції розподілу згинальних моментів і поздовжнього стискаючого зусилля від різних комбінацій сполучень навантажень, а також встановлення функції зміни жорсткості аркового елемента зі зварних двотаврів по довжині дуги. *Методика.* Методикою вирішення поставлених задач були числові дослідження проведені у програмному комплексі «Лира-САПР 2013. ACADEMIC Set», а також аналітичні дослідження функцій розподілу зусиль та зміни жорсткості перерізу по довжині дуги арки. *Результати.* Визначено види навантажень, що мають основний вплив на розподіл максимальних зусиль в круглих арках, наведено методіку пошуку та отримано функцію зміни жорсткості арки по довжині її дуги від дії максимальних розрахункових сполучень навантажень, представлені варіанти можливих конструктивних рішень арок змінної жорсткості. *Наукова новизна.* Знайдена функція зміни жорсткості арки, яка дозволяє запроектувати раціональну конструкцію із застосуванням різних варіантів конструктивних рішень в місці зменшення перерізу. Наведені приклади зміни жорсткості у верхній третині дуги арки, які є не тільки економічними і технологічно доцільними, в плані виробництва і монтажу поперечників каркасу, але й такими що не порушують архітектурну виразність конструкції та будівлі в цілому. *Практичне значення.* Наведені можливі конструктивні рішення арок змінної жорсткості та місця розташування монтажних вузлів складових елементів арки. Розроблена методика пошуку раціональних, з точки зору витрат сталі, конструкцій круглих арок змінної жорсткості зі зварних двотаврів, що відкриває шлях до подальшого розвитку теоретичних підходів та проектування даного виду конструкцій.

Ключові слова: круглі арки; функція зміни жорсткості; раціональний переріз; зварний двотавр; сполучення навантажень.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ИЗМЕНЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ СЕЧЕНИЯ КРУГЛЫХ АРОК ИЗ СВАРНЫХ ДВУТАВРОВ

БИЛЫК С.И.^{1*}; *д.т.н., професор.*ШПЫНДА В.З.^{2*}; *аспірант.*

^{1*} Кафедра металлических и деревянных конструкций, Киевский Национальный университет строительства и архитектуры, Воздухофлотский проспект 31, г. Киев, Украина, 03037, e-mail: bilyk.sergio@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

^{2*} Кафедра металлических и деревянных конструкций, Киевский Национальный университет строительства и архитектуры, Воздухофлотский проспект 31, г. Киев, Украина, 03037, e-mail: forcaerus@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6613-762X

Аннотация. *Цель.* Поиск рациональной формы сечения арочных конструкций из сварных двутавров остается малоисследованной темой и имеет ряд задач требующих уточнений и дополнительных исследований. Такими задачами есть влияние расчетных сочетаний нагрузок на поиск рациональной функции изменения жесткости конструкции арки из сварных двутавров описанной функцией круга, поиск рационального сечения, с точки расходов стали, для каждой точки дуги арки, а также учета конструктивных особенностей возникающих при проектировании арок переменной жесткости. Целями статьи является определение видов нагрузок, имеющих основное влияние на распределение усилий в круглых арках, получения функции распределения изгибающих моментов и продольного сжимающего усилия от различных комбинаций сочетаний нагрузок, а также установления функции изменения жесткости арочного элемента из сварных двутавров по длине дуги. *Методика.* Методикой решения поставленных задач были численные исследования проведены в программном комплексе «Лира-САПР 2013 ACADEMIC Set», а также аналитические исследования функций распределения усилий и изменения жесткости сечения по длине дуги арки. *Результаты.* Определены виды нагрузок, имеющих основное влияние на распределение максимальных усилий в круглых арках, приведена методика поиска и получено функцию изменения

жесткости арки по длине ее дуги от действия максимальных расчетных сочетаний нагрузок, представлены варианты возможных конструктивных решений арок переменной жесткости. **Научная новизна.** Найдена функция изменения жесткости арки, которая позволяет запроектировать рациональную конструкцию с применением различных вариантов конструктивных решений в местах уменьшения сечения. Приведенные примеры изменения жесткости в верхней трети дуги арки, которые являются не только экономическими и технологически целесообразными, в плане производства и монтажа диаметров каркаса, но и такими, что не нарушают архитектурную выразительность конструкции и здания в целом. **Практическое значение.** Приведены возможные конструктивные решения арок переменной жесткости и точки размещения монтажных узлов составляющих элементов арки. Разработана методика поиска оптимальных, с точки зрения затрат стали, конструкций круглых арок переменной жесткости из сварных двутавров, что открывает путь к дальнейшему развитию теоретических подходов и проектирование данного вида конструкций.

Ключевые слова: круглые арки; функция изменения жесткости; рациональное сечение; сварной двутавр; сочетания нагрузок.

RESEARCH OF CHANGE STIFFNESS FUNCTION OF CROSS SECTION ROUND ARCH OF WELDED I-SECTION

BILYK S.I.^{1*}; *Doc. Sc. (Tech.), Associate Professor.*
SHPYNDА V.Z.^{2*}; *postgraduate student.*

^{1*} Department of metal and wooden structures, Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotskyi Avenue 31, Kyiv, Ukraine, 03037, e-mail: bilyk.sergio@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8783-5892

^{2*} Department of metal and wooden structures, Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotskyi Avenue 31, Kyiv, Ukraine, 03037, e-mail: forcaerus@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6613-762X

Abstract. Purpose. Search rational cross-sectional shape of arch structures of welded I-sections remains uncharted theme and has a number of tasks requiring clarifications and further research. These tasks have estimated: the effect of combinations of loads on the search for a rational function changes the stiffness of arch design of welded I-sections described the circle function. In addition, it is a search for a rational section, in terms of costs of steel, for each point of the arch, and the structural features encountered in the design of the arches of variable stiffness. The purpose of the article is define the types of loads that have a major impact on the distribution of forces in the round arches. In addition, it is obtain the distribution function of bending moments and longitudinal compressive force by various combinations of loads. At last, it is the establishment of the function changes the stiffness of the arch to the arc length. **Methods.** Methodology for solving the problems of numerical studies has conducted in the program complex "Lira-CAD 2013 ACADEMIC Set», as well as analyzes of functions distribution efforts and changes in the stiffness of the cross section along the length of the arch. **Results.** The types of loads that have a major impact on the distribution of the maximum effort in the round arches. Shows the search procedure of stiffness changes obtained by the function of the arch length of action maximum design load combinations. Presents options for the possible design solutions arches of variable stiffness. **Scientific novelty.** Shows changes the stiffness of the arch, which allows the rational design using different variants of design solutions in the field reducing section. These examples the stiffness changes in the upper third of arches which are not only economic and technically feasible in terms of manufacture and mounting frame diameters, but such that the expression does not violate architectural and building construction in general. **The practical significance.** Presents design solutions arches of variable stiffness and point placing assemblies of the constituent elements of the arch. Developed the method of searching for optimal cost of steel constructions of round arches of variable stiffness of welded I-beams, which opens the way to further development of the theoretical approaches and the design of this type of structures.

Keywords: round arches; function changes stiffness; rational section; welded I-section; shuttle loads.

Постановка проблеми. За історію свого існування каркаси з головними несучими елементами у вигляді двохшарнірних арок довели доцільність свого використання рядом ключових факторів, а саме: економічністю перерізів, з точки зору витрат сталі, простоти монтажу та виготовлення, низького впливу температурних деформацій і явища осідання опор, за рахунок вільного повороту шарнірів в опорах. Збільшення висоти підйому стріли арки надає додаткові позитивні властивості у вигляді збільшення корисного об'єму будівлі, а також зменшення значення розпірних зусиль на фундаменти. Саме тому вони знайшли своє застосування у будівлях кардинально різних за

призначенням, починаючи з невеликих складських приміщень та ангарів, закінчуючи аеропортами, виставковими залами, тенісними кортами, спортивними комплексами та стадіонами. Приклад застосування ефективних аркових конструкцій наведено на Рисунку 1.

Відомим фактом є важливість вибору кривої дуги арки, що залежить від габаритів та призначення будівлі. Рационально, з точки зору розподілу зусиль, приймати функцію кривої близькою до лінії тиску. Наприклад для високих арок одним із основних видів навантажень є вітрове, згідно норм проектування [8] вітрове навантаження прикладається у вигляді

змінного по довжині дуги арки гідростатичного тиску.

Для даного виду навантаження найбільш раціональним буде описання кривої функцією кола, адже при рівномірно прикладеному гідростатичному тиску в такій арці не буде виникати згинальних моментів, основним фактором буде зусилля стиску.



Рис. 1. Приклад застосування ефективних аркових конструкцій змінного перерізу в каркасі залізничного вокзалу

Example of effective arch designs in variable section frame of the railway station

Аналогічно при дії рівномірно розподіленого навантаження від власної ваги огорожувальних конструкцій, найбільш раціональною формою буде ланцюгова лінія. Але в практиці такий підхід є ідеалізованим і може давати позитивний результат лише в одиничних випадках, адже загалом конструкція будівлі піддається впливу сполучень навантажень різних по напрямку дії та періодичності.

Враховуючи даний факт шлях до проектування ефективних, з точки зору металоємкості, аркових конструкцій лежить через дослідження розподілу зусиль по довжині перерізу та зміні жорсткості елемента в залежності від загальної епюри матеріалів від різних комбінацій навантажень.

В даній статті пропонується детально розглянути методику пошуку раціонального перерізу двохшарнірних аркових поперечників зі зварних двотаврів, крива дуги яких описана функцією кола.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. На даний час існує велика кількість досліджень виконаних в напрямку пошуку оптимальних перерізів двотаврових конструкцій. Початок досліджень в цьому напрямку викладено в роботі [15]. Задача оптимального проектування зварних сталевих балок також викладена в роботах [5] та [11]. В наведених дослідженнях підкреслюється той факт що оптимальним перерізом буде такий в якому відношення площі полиць до площі стінки дає найменшу загальну площу перерізу, а відповідно і найменші витрати сталі. В роботі [12] наведено дослідження спрямовані на пошук оптимальної

висоти балки двотаврового перерізу. Продовження досліджень з накладанням все більших обмежувальних критеріїв в пошуку оптимальної форми двотаврових балкових конструкцій викладено в роботах [1] та [6].

Пошук оптимальних перерізів рамних двотаврових конструкцій змінного перерізу розглянуто в роботах [2] та [10]. Також в цих роботах наведено аналіз розподілу зусиль в двотаврових конструкціях змінного перерізу.

В роботі [4] отримані вирази, що дозволяють оцінити вплив параметрів проектування на вибір оптимальної конструкції трьохшарнірної арки. Дослідження форми осі, особливостей конструкції та розрахунку арок викладено в роботі [7]. Задача пошуку оптимальної форми арки вирішена в роботі [13]. В даній роботі встановлені основні критерії пошуку раціональних форм арок, а саме: вибору конфігурації осі арки, визначення закону зміни параметрів поперечного перерізу по довжині дуги та визначення оптимальної висоти підйому арки. Також вирішення задач пошуку оптимального перерізу наведено в роботах [3], [14] та [16].

Разом з тим, задача пошуку раціональної форми перерізу аркових конструкцій зі зварних двотаврів залишається малодослідженою та має ряд задач які потребують уточнень та додаткових досліджень. Такою задачею є вплив розрахункових сполучень навантажень на пошук раціональної функції зміни жорсткості конструкції арки зі зварних двотаврів описаною функцією кола.

Цілі статті. Метою статті є розробка методики вирішення задачі пошуку раціональної функції зміни жорсткості аркового поперечника на прикладі круглої двохшарнірної арки прольотами 20...50 м.

Основними цілями статті є:

- визначення видів навантажень, що мають основний вплив на розподіл зусиль в круглих арках;
- отримання функції розподілу згинальних моментів і поздовжнього стискаючого зусилля від різних комбінацій сполучень навантажень;
- встановлення функції зміни жорсткості аркового елемента зі зварних двотаврів по довжині дуги.

Виклад основних матеріалів досліджень. Методикою вирішення поставлених задач були числові дослідження проведені у програмному комплексі «Лира-САПР 2013. ACADEMIC Set».

Побудовано розрахункові схеми прольотами 20...50 м, описані функцією кола з шарнірами на опорах. До схеми було прикладено 7 видів навантажень та створено 15 комбінацій навантажень за першою та другою групами сполучень, згідно норм проектування [8]. Перелік навантажень та їхніх комбінацій наведено у Таблиці 1.

Збір навантажень був проведений за нормами [8] для м. Київ. При цьому симетричними видами навантажень є «Постійне» та «Снігове 1». Відповідно

несиметричними навантаженнями є: «Снігове 2», «Вітрове 1», «Вітрове 2», а також «Температурне 1» та «Температурне 2»

Для детальний аналіз результатів розрахунку пропонується розглянути розрахункову схему двохшарнірної арки описаною колом з діаметром 20м. Всі види навантажень представлені у вигляді рівномірно-розподілених по довжині елемента.

Таблиця 1

**Розрахункові сполучення навантажень/
Calculated load combination**

№	Вид навантаження	Група виключень	Небезпечні сполучення			
			8	9	10	11
1	Постійне	0	1	1	1	1
2	Снігове 1	1	0.9	0.9	0.9	0.9
3	Снігове 2	1	0	0	0	0
4	Вітрове 1	2	0.9	0.9	0	0
5	Вітрове 2	2	0	0	0.9	0.9
6	Температурне 1	3	0.9	0	0.9	0
7	Температурне 2	3	0	0.9	0	0.9

З усіх розрахункових сполучень вибрано найбільш небезпечні по критерію збігу максимальних зусиль M_x та N_x . Згідно розрахунку отримані значення зусиль та знайдені найбільш небезпечні комбінації зусиль. В даному випадку, в Таблиці 1 наведено найбільш небезпечні сполучення навантажень.

Відповідно до даних отриманих з розрахунку було визначено, що основними видами навантажень які впливають на розподіл максимальних зусиль в перерізах арки є поєднання симетричного снігового навантаження («Снігове 1») та несиметричних вітрового («Вітрове 1» та «Вітрове 2») і температурного впливів («Температурне 1» та «Температурне 2»). Також отримані дані показали, що фактором вирішального впливу на несучу спроможність круглої арки є згинальний момент (M_x) максимальні значення якого виникають в першу чергу від дії несиметричних навантажень. Тому

першим кроком для розроблення методики пошуку раціонального перерізу арки змінної жорсткості є виявлення закономірностей розподілу згинальних моментів по довжині її дуги. Розрахункова схема арки наведена на рисунку 2.

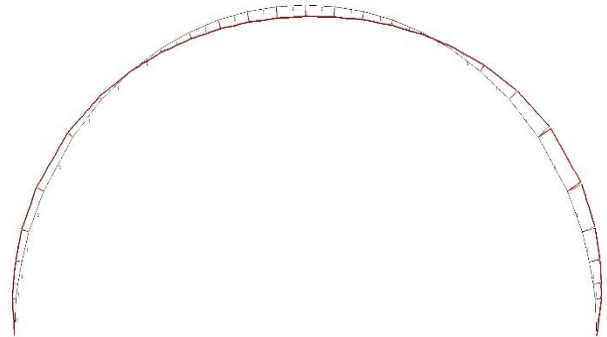


Рис. 2. Схема розподілу згинальних моментів при дії несиметричних навантажень (РСН 8)

The scheme of distribution of bending moments under the action of asymmetric loads (CLC 8)

У зв'язку з цим для найбільш небезпечних сполучень навантажень, що наведені в Таблиці 1, були побудовані графіки залежності розподілу величини M_x по координатам дуги арки. Із кожного РСН була виконана вибірка значень згинальних моментів для відповідних координат дуги арки. Після цього були визначені максимальні значення згинальних моментів для кожної з координат та побудовано графік залежності розподілу згинальних моментів від координати вздовж осі дуги елемента.

Даний підхід дозволяє визначити закономірності впливу навантажень на розподіл зусиль по довжині елемента з наступним виявленням значень їхніх екстремумів. Це дає змогу детально проаналізувати роботу акри та визначити функцію зміни жорсткості її перерізу і як наслідок можливість удосконалення та розвитку існуючих методик проектування раціональних аркових конструкцій з точки зору витрат сталі.

Перейдемо безпосередньо до аналізу результатів розрахунку. На рисунку 3 наведено графіки розподілу згинальних моментів (M_x) по півдугі арки для найбільш несприятливих РСН з Таблиці 1.

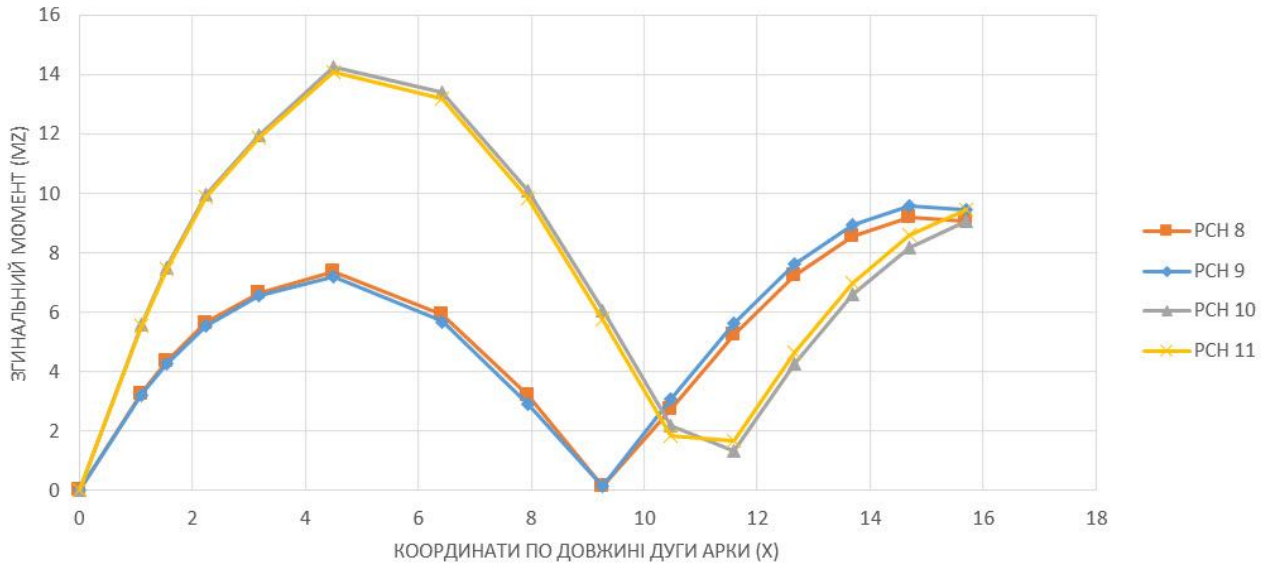


Рис. 3. Розподіл згинальних моментів по довжині півдуги арки для найбільш несприятливих РСН

Distribution of bending moments along the length of half an arch for the most unfavorable CLC

З Рисунок 3 помітно що арку можна умовно розділити на три частини з точки зору екстремумів функції згинальних моментів по довжині елемента.

Функцію розподілу згинальних моментів можна представити у наступному вигляді:

$$M_z = f(x) \quad (1)$$

Головним фактором який впливає на зміну жорсткості арки по довжині перерізу є згинальний момент. Тому для отримання функції зміни

жорсткості перерізу арки необхідно спочатку визначити функцію розподілу згинального моменту по огинаючій (максимальній) епюрі від усіх найбільш несприятливих РСН. Графічно дана функція наведена на рисунку 4.

Як зазначалось вище, півдугу арки можна розділити на дві частини які мають істотно різний рівень значень зусиль M_z . Даний ефект показує можливість зменшення перерізу в центральній частині конструкції.



Рис. 4. Розподіл максимальних значень згинальних моментів по довжині півдуги арки

Distribution of maximum values bending moments along the length of half an arch.

Для цього необхідно отримати функції зміни перерізу для кожної з частин арок які розділені локальними мінімумами функції (1).

Проведемо апроксимацію функції згинального моменту для опорної та центральної третини дуги арки. Результати представлені на рисунках 5 та 6.

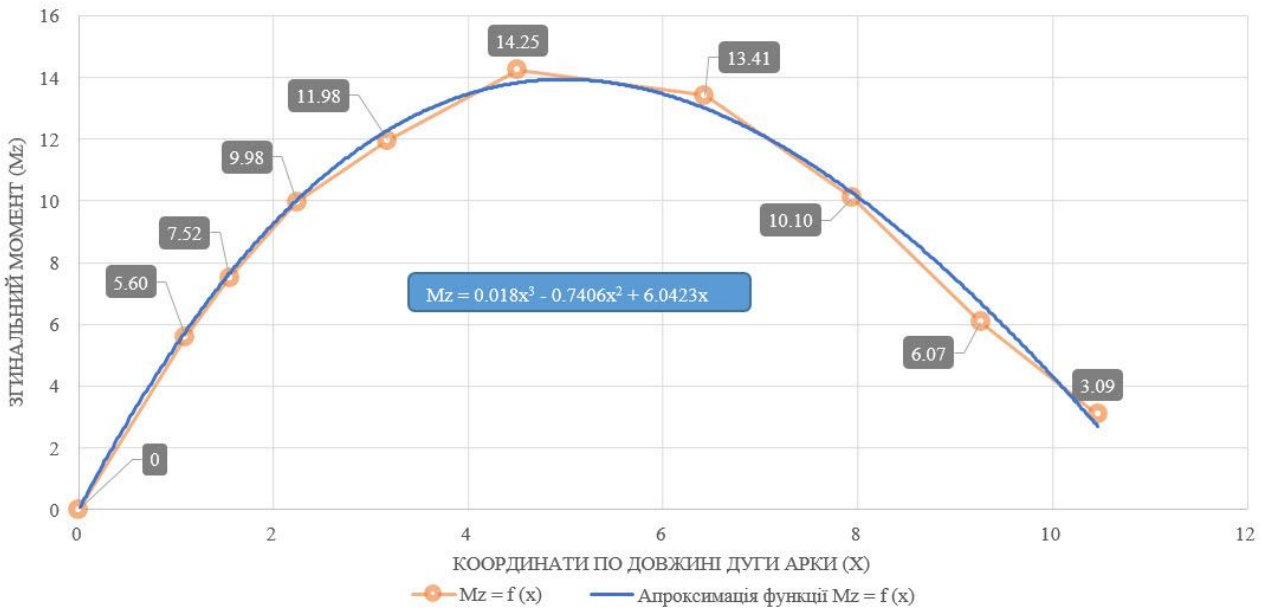


Рис. 5. Апроксимація функції зміни жорсткості арки для опорної третини дуги

Approximation function changes stiffness for supporting part of arch

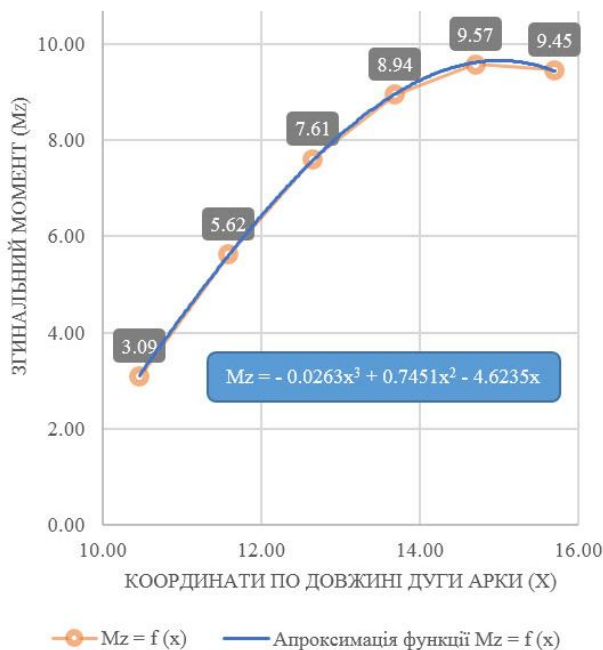


Рис. 6. Апроксимація функції зміни жорсткості арки для центральної третини дуги

Approximation functions changes stiffness for the central part of arch

Оскільки значення згинальних моментів з площини перерізу в каркасах аркових конструкцій

мають мінімальний вплив на підбір перерізу, а значення стискувальної сили носять такий же характер розподілу, що і згинальний момент по довжині елемента, а її значення не є суттєвим в круглих арках при несиметричних навантаженнях, ці складові не відіграють основної ролі в пошуку раціонального значення перерізу арки.

Із залежності що наведена у нормах проектування [9] випливає, що отримані функції M_z мають прямо пропорційну залежність від функції моменту інерції перерізу арки I_{in} при сталих значеннях розрахункового опору сталі R_y :

$$\frac{N \cdot \gamma_n}{A_n \cdot R_y \cdot \gamma_c} \pm \frac{M_x \cdot \gamma_n}{I_{xn} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \cdot y \pm \frac{M_y \cdot \gamma_n}{I_{yn} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \cdot x \leq 1 \quad (2)$$

Проведемо порівняння перерізів арок змінної жорсткості, підібраних за наведено методикою, та арок постійного перерізу. Результати досліджень наведені на рисунку 7, у вигляді порівняння функцій моментів інерції для арки постійної та змінної жорсткості. З точки зору технологічності виготовлення та розташування монтажних вузлів у місцях мінімумів зусиль, зміну жорсткості доцільно проводити в середній третині дуги елемента арки. На графіку область зміни жорсткості позначена маркером.

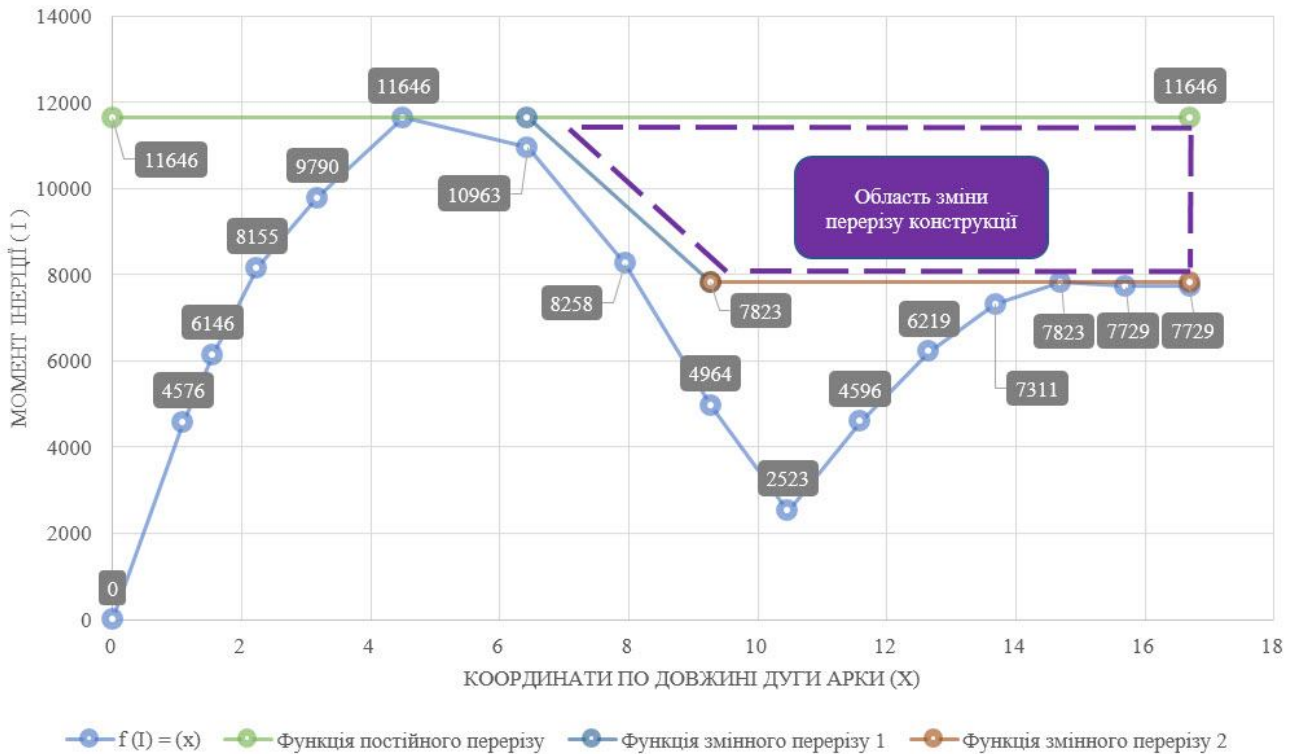


Рис. 7. Порівняння функцій моментів інерції для півдуги арки постійної та змінної жорсткості

Comparison of features moments of inertia for half an arch of constant and variable stiffness.

Економія у витратах сталі арки змінної жорсткості, запроєктованою за даною методикою, в порівнянні з аркою постійного перерізу, становить до 20%. Зміну жорсткості елемента можна реалізувати за допомогою різних конструктивних рішень:

- зміною перерізу полицки або ж стінки двотавра;
- використання моносиметричних перерізів двотаврів;
- застосуванням в центральній третині дуги арки двотаврів з перфорованою, гофрованою та гнучкою стінкою;

На рисунку 8 наведено фрагмент каркасу з використанням одного з варіантів зміни жорсткості у верхній третині прольоту елемента.

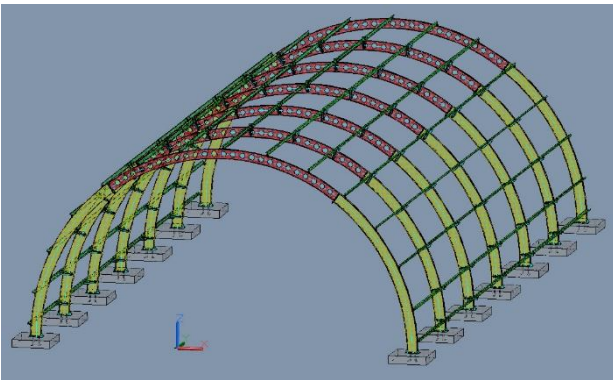


Рис. 8. Приклад раціональної конструкції арок змінної жорсткості з перфорованих двотаврів /

Example rational design of arches with variable stiffness perforated beams

В даному випадку, зміна жорсткості відбувається за рахунок застосування двотаврів з перфорованою стінкою зменшеної висоти. Таке конструктивне рішення дозволяє не тільки зменшити витрати сталі але й використати верхню частину перерізу для пропуску комунікацій.

Висновки. Розроблена вище методика пошуку раціональних, з точки зору витрат сталі, конструкцій круглих арок змінної жорсткості зі зварних двотаврів відкриває шлях до подальшого розвитку теоретичних підходів та основ розрахунку для даного виду конструкцій.

Наведені вище дослідження дали наступні наукові результати:

- визначено види навантажень, що мають основний вплив на розподіл максимальних зусиль в круглих арках;
- наведено методику пошуку та отримано функцію зміни жорсткості арки по довжині її дуги від дії максимальних РСН.
- представлені варіанти можливих конструктивних рішень арок змінної жорсткості.

Знайдена функція зміни жорсткості арки дозволяє запроєктувати раціональну конструкцію із застосуванням різних варіантів конструктивних рішень в зоні зменшення перерізу. Наведені приклади зміни жорсткості у верхній третині дуги арки є не тільки економічними і технологічно

доцільними, в плані виробництва і монтажу поперечників каркасу, але й такими що не порушують архітектурну виразність конструкції та будівлі в цілому.

Такими що потребують уваги, залишаються дослідження функцій розподілу зусиль в арках з пошуком їх екстремумів для інших форм дуги:

парабола, синусоїда та ланцюгова лінія. Також додаткових досліджень потребує напружено-деформованого стан монтажних вузлів та уточнення коефіцієнтів вільної довжини елементів змінної жорсткості при розрахунку на стійкість.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Білик С. І. Оптимальні сталеві двотаврові балки зі змінною висотою стінки / С. І. Білик // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць – Рівне, НУВГП, 2008. – № 17. – С. 73–78.
2. Білик С. І. Оптимальні сталеві каркаси малоенергоємних будівель із двотаврів змінного перерізу : дис. канд. техн. наук : 05.23.01 / С.І. Білик – Київ, 2008. – 460 с.
3. Билык С. Шпында В. Исследование напряженно-деформированного состояния балок с переменной высотой стенке конструкций на примере пешеходного моста / Билык С. Шпында В. // Сборник статей 17-й конференции молодых ученых «Наука – будущее Литвы» - Вильнюс, 2014 –№ 17 – С. 153- 157
4. Ватуля Г.Л., Орел Є.Ф., Левчук С.В., Андрушенко І.М. Вплив параметрів проектування на оптимальні конструкції тришарнірних арок / Ватуля Г.Л., Орел Є.Ф., Левчук С.В., Андрушенко І.М. // Залізничні споруди та колійне господарство: Збірник наукових праць – УкрДАТЗ, 2013. – № 141 – С. 191-196.
5. Вахуркин В. М. Форма двутавровой балки в условиях наибольшего расхода металла и в условиях наименьшей стоимости / В. М. Вахуркин // Вестник инженеров и техников – М. : 1-ая журнальная типография ОНТИ НКТП СССР, 1951 – №5 – С. 35-43.
6. Гордеев В. Н. Элементарные задачи оптимизации двотавра / В. Н. Гордеев // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського – К. : Вид-во «Сталь», 2009. – № 3 – С. 27-49.
7. Грудев, И.Д., Симон Н.Ю. Дворников В.А. Форма оси, конструкция и расчет устойчивости арок / Грудев, И.Д., Симон Н.Ю. Дворников В.А. // Промышленное и гражданское строительство – Москва, ЦНИИПСК им. Мельникова, 2008 – № 5. – С. 22-24.
8. Державні будівельні норми. Навантаження і впливи. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Норми проектування: ДБН В.1.2-2:2006: 2006 / Мінрегіон України. – Київ, 2006. – 75с.
9. Державні будівельні норми. Сталеві конструкції. Норми проектування: ДБН В.2.6-198:2014 / Мінрегіон України. – Київ, 2014 – 199с.
10. Катюшин В. В. Здания з каркасами из стальных рам переменного сечения / Катюшин В. В – М. : Стройиздат , 2005. – 651 с.
11. Муханов К. К. Металлические конструкции / Муханов К. К. – М. : Госстройиздат, 1963. – 406 с.
12. Пермяков В. А. Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций / Пермяков В. А., Перельмутер А. В., Юрченко В. В. – К. : издательство «Сталь», 2008.– 538с.
13. Bogza V. Bogdanov S. Practical method of search of optimum form of arches of the facilitated construction / Bogza V. Bogdanov S. - Motrol, 2008. - 10B – P. 246-255.
14. Cheng J. Optimum design of steel truss arch bridges using a hybrid genetic algorithm / Cheng J. // Journal of sound and vibration 66 – 2010. – P. 1011 – 1017.
15. Hodkinson E. Theoretical and experimental researches to ascertain, the strength and best forms of iron beams / E. Hodkinson // Memorior of the Literary and Philosophical Society of Manchester.– Manchester, 1831. – V.5.– P.407 – 544.
16. Young-Jae S., Kyunng-Mun K., Jong-Hak Y. Vibration analysis of a circular arch with variable cross-section using differential transformation and generalized differential quadrature / Young-Jae S., Kyunng-Mun K., Jong-Hak Y. // Journal of sound and vibration.-Vol. 309 – 2008. – P. 9 – 19.

REFERENCES

1. Bilyk S.I. *Optymaljni stalevi dvotavrovi balky zi zminnoju vysotoju stinky* [Optimal steel I section beams with variable height walls]. *Resursoekonomni materialy, konstrukciji, budivli ta sporudy: Zbirnyk naukovykh pracj – Rivne* [Economical materials, structures, buildings and facilities: Collected Works - Rivne]. 2008. - no. 17, pp. 73-78. (in Ukrainian).
2. Bilyk S.I. *Optymaljni stalevi karkasy maloenerghojemnykh budivelj iz dvotavriv zminnogho pererizu : dys. kand. tekhn. nauk : 05.23.01 "Budivelni konstrukcii, budivli ta sporudy"* [Optimal steel frames low power buildings with variable section beams, thesis for the degree of doctor of technical sciences specials. 05.23.01 "Building constructions, buildings and structures"]. 2008, 460 p. (in Ukrainian).
3. Bilyk S., Shpynda V. *Issledovanye naprjazhenno-deformirovannogho sostojanyja balok s peremennoj vysotoj stenke konstrukcyj na prymerе peshехodnogho mosta* [Research of stress-strain state of the beams with a variable height of wall structures on the example of a footbridge]. *Sbornyk stattej 17-j konferencyy molodykh uchennykh «Наука – budushhee Lytvу»* [Collection state 17th Conference of Young Scientists "Science - Future of Lithuania"] - Vilnius, 2014, no. 17 - pp. 153-157. (in Russian).
4. Vatulya GL, Eagle EF, Levchuk SV, IM Andrushenko *Vplyv parametriv proektuvannja na optymaljni konstrukciji trysharnirnykh arok* [Effect parameters to design the optimal design of three-hinge arches] *Zaliznychni sporudy ta kolijne ghospodarstvo: Zbirnyk naukovykh pracj* [Railway construction and travel industry, Collected Works] - UkrDATZ 2013 - no. 141 - pp. 191-196. (in Ukrainian).

5. Vahurkyn V.M. *Forma dvutavrovoj balky v uslovyjakh naybol'shego raskhoda metalla y v uslovyjakh naymen'shej stoyimosti* [I-beam shape at the highest metal flow conditions and the least cost in terms] *Vestnyk inzhenerov y tekhnikov* [Journal of engineers and tech] – Moscow, 1951 – no 5 - pp. 35-43. (in Russian).
6. Gordeev, V.N. *Elementarnye zadachi optymizatsii dvotavra* [Elementary optimization problem of I-section] *Zbirnyk naukovykh pracj Ukrajinskogho naukovykh-doslidnogo ta proektnogho instytutu stalevykh konstrukcij imeni V.M. Shymanovskogho* [Proceedings of the Ukrainian Research and Design Institute named after steel construction V. Szymanowski] - Kyiv, 2009. - no. 3 - pp. 27-49. (in Russian).
7. Hrudev, Y.D., Simon N. Dvornikova V.A. *Forma osi, konstrukcija i raschet ustojchivosti arok* [Form of axis, design and calculation of arches buckling] *Promyshlennoe i ghrzhdanskoje stroitel'stvo* [Industrial and civil construction] - Moscow, 2008 - no. 5. - pp. 22-24. (in Russian).
8. Minregion Ukraine. *Derzhavni budiveljni normy. Navantazhennja i vplyvy. Systema zabezpechennja nadijnosti ta bezpeky budivelnykh ob'ektiv. Normy proektuvannja: DBN V.1.2-2:2006* [State building codes. Loads and effects. System reliability and safety of construction projects. Design standards: DBN V.1.2-2: 2006: 2006]. Kyiv, 2006. – 75p. (in Ukrainian).
9. Minregion Ukraine. *Derzhavni budiveljni normy. Stalevi konstrukciji. Normy proektuvannja: DBN V.2.6-198:2014* [State building codes. Steel structures. Design standards: DBN V.2.6-198: 2014] Kyiv, 2014, 199p. (in Ukrainian).
10. Katyushin V.V. *Zdanyja s karkasamy iz stalnykh ram peremennogho sechenija* [Building frameworks of steel frames of variable section] Moskov, 2005. - 651 p. (in Russian).
11. Mukhanov K.K. *Metallycheskie konstrukciji* [Metal construction]. Moskov, Gosstroizdat, 1963, 406 p. (in Russian).
12. Permyakov V.A. *Optimal'noe proektirovanje stalnykh sterzhnevnykh konstrukcij* [Optimal design of steel beam structures]. Kiev: publishing house "Steel", 2008, 538p. (in Russian).
13. Bogza V. Bogdanov S. *Practical method of search of optimum form of arches of the facilitated construction*. Motrol, 2008, no 10B, pp. 246-255. (in Russian).
14. Cheng J. *Optimum design of steel truss arch bridges using a hybrid genetic algorithm*. Journal of sound and vibration. no 66, 2010, pp. 1011 - 1017.
15. Hodkinson E. *Theoretical and experimental researches to ascertain, the strength and best forms of iron beams*. Memoris of the Literary and Philosophical Society of Manchester. Manchester, 1831, no.5, pp.407 - 544.
16. Young-Jae S., Kyunng-Mun K., Jong-Hak Y. *Vibration analysis of a circular arch with variable cross-section using differential transformation and generalized differential quadrature*. Journal of sound and vibration, no 309, 2008. pp. 9 - 19.

Поступила в редколлегию: 21.04.2016